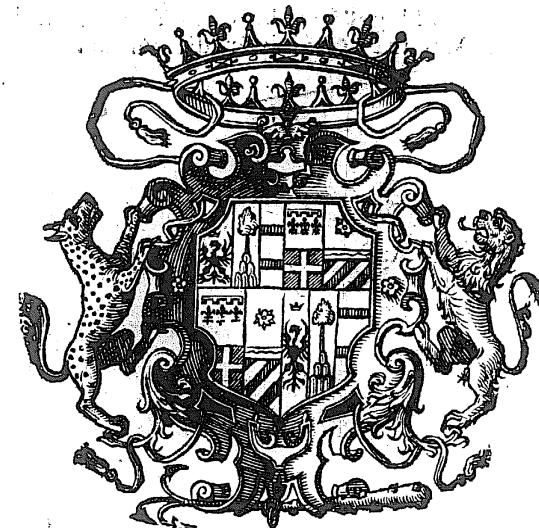


IO. BAPTISTAE PORTAE
NEAPOLITANI
ELEMENTORVM CVRVILINEORVM

L I B R I T R E S.

In quibus altera Geometriæ parte restituta , agitur de
CIRCVLI QVADRATVRÆ.

Ad Illustrissimum Principem ac D.
D. F E D E R I C V M C A E S I V M
MONTIS CAELII MARCHION. II. &c.
B A R O N E M R O M A N V M.



R O M A E,
Apud Bartholomæum Zannettum. M. D C. X.

S V P E R I O R V M P E R M I S S V . 30

In Clarissimum ac Doctissimum Virum.

IO. BAPTIST. PORTAM NEAR. LYN.
& in librum de Circuli Quadrato.

*Ioannis Demisiani Cephalleniensis D. Philosophi
ac Theologi.*

ΗΜΟΣ ἐσὶ ἐπίεσθι πολύχοα Διάδημα ΠΟΡΤΗΣ.
Φάντα, τοῖς Θαλέθι γαῖα πυκαζόμενη.
Οὐαπ Θαμβάνεσθαι βιαρκτὸν μῆθεν ἀκέτον,
Καὶ σφετέρης γάλα φέγγεστιν αὐγλατόν.
Αἴρυγέτε βάζοντος ἀπειεῖτε θαύματα πότε,
Σιγαλέη πόντος υπεμήνιη γελάσια.
Ηέρες αἰγυλέντος θάγη χύσιν αἵπεις έλίσσονται,
Ισον ἀπαράπλευτον δέλμαστιν ζερανίων.
Αἰθέρες αἱροχήπονος ἀταρέα νῶτα πορχοῦν,
Καὶ Πόλος οὐρανών ςδ' ἐπέργοσθε δίδ.
Κύκλα δὲ, καὶ Τεβέλιανα, Τείγωνάτε, Πείσματα, Κάνει,
Καὶ γραμμάτεις μετέπει, κένθατο πυρεμίδων.
Οσαπε πορ Νάλου περιχρήσις μηποστο πέχη
Αἵτια δαιδάλων Ηερίνες ναέτησι.
Αὐτόνια Σοφίν πολυμήχανα θήνεια τίδ,
Τελερέον Νείλος ἐρυκακές.
Εδρακος γδ̄ Τεβέλιανα πάσος πολεμητὰ Κύκλοις,
Ορκιας σωθεσίνες, καὶ Φιλίππεις Ταμίειν.
Εδρακος, καὶ Θάμβουσεν θηρέ χρόνος οὐέ φασίνει
Ημέλλε, ξαδίων δὲ τέκος περιπίδων.
Αλλον ἕω Κερνίδη δώσω πολυϊδμονα ΠΟΡΤΗΝ,
Ηγημένης αλλίω Παρθενότατης ὁπάσις.

Imprimatur si videbitur R. P. M. Sac. Pal. Apost.
Cæsar Fidelis Viceſg.

Iibri tres Elementorum Curvilinearorum Perillustris & Excel-
lentissimi D. Ioannis Baptista Porta Neapolitanus, ex ordine
Reuerendissimi P. Magistri F. Ludouici Ystella Sacri Palatij Apo-
stolici Magistri perelegit, eosque cum nib⁹ fidis, vel moribus ad-
uersum contipere inuenierim typis dignas existimauit. Romæ Die
20. Iulij 1610.

*Antonius Butius Fadentinus Ciuis Romanus
Philosophia & Medicina Doctor.*

Imprimatur. Fr. Damianus à Fonseca magister, & Socius Re-
uerendissimi P. Magistri Fr. Ludouici Ystella, sacri Palatij
Apostolici Magistri, Ordinis Prædicatorum.

FRANCISCI STELLVTI
FABRIANENSIS.
LYNCAE.

*Vidimus innumeras mutantem Protea formas,
Credite, nam veri Nuncia Fama canit.
Tortilis en Orbis species se vertit in omnes,
Et QVADRVM teretes efficit arte rotas.
Dicte Pierides quo tandem munere factum?
Aut nostro, aut PORTÆ. visq. laborq. pares.*

ILL.

ILL.^{MO} PRINCIPI AC D. D.
FEDERICO CAESIO
MONTIS CAELII
MARCHIONI II.

Io. Baptista Porta Neapolitanus. S.



ERTAMVS inter nos, illustrissime Vir, tu beneficijs, ego officijs; quibus equo animo vel vincar abste, vel, si fieri posset, vincam te. Et sanè grauis ista contentio nullum vñquam finem habitura videntur. Summis me ornas laudibus, meos libellos plausu, nedum honore prosequeris, &, quod caput est, iacentes aliquando, ac mox improborum impetu proterendos, erigis & defendis; quæ quidem merita ita in memoria insederunt mea, vt mei ipsius potius, quam illorū erga me magnitudinis obliuio capiat. Ego verò si titulos percensere velim, quibus tuū animum virtus cohonestauit, splendorem domus, quam „Bellipotens illustrat Auus, Tu fulcis, & ornas. aliaq. ornamenta, quibus te natura mirifice cumulauit; & vites, & vita me deficeret. quid? ipsam Inuidiam ad maxima quæque, ac pulcherrima labefactanda natam, virtute superasti!

„Est

,, Est aliquid meriti spatium, quod nulla furentis
,, Inuidiae mensura capit.

Sed non est animus in præsentia laudes enumerare tuas. maioris id molis est. leviter, at amanter tetigisse satis ; neque enim qui Cœlestium Orbium ornatum in parua describunt tabella, de illorum pulchritudine quicquam demunt; parua, ut ita dicam, sed concinna magnitudo. Quid igitur mirum si certos fines, terminosq. huic suauissimæ concertationi non constituo ? Non patitur mea in te obseruantia Victoriam . Tu, quæ tua est magnanimitas, cedere nescis. Esto lis sub te Iudice . Tu te vince

,, Inq. animis hominum pompa meliore triumpha . meum certè quidem tibi deuinisti, ac deuicisti. Non excitabo testes ex monumentis , quæ in manus peruererunt Sapientum . Sit hic liber tuo insignitus nomine, amoris , ac venerationis in te meæ pignus sempiternum . Circulum quadrare conatur rem scilicet aggressus in eruditorum identidem commemoratam comitijs , in Philosophorum agitatam scholis , in Mathematicorum iactatam iudicijs . Multos in hoc Theoremate me labores exantasse , curas , & cogitationes euigilasse meas , ac pertinaci industria desudasse, non inficias iuertim . An verò modum quadrandi Circuli inuenierim , sicq. præmium, & fructuum meorum cœperim laborū, non facile statuerim . Id saltem asscutus mihi videor . Latissimum aperiisse campum ad meliora vel inuestiganda, vel inuenienda . Verecundè tamen dixerim , plurima nos excogitasse , multa in disquisitione in-

calle,

calle , suisq. examinasse ponderibus , quæ nemō usque in hodiernum diem odoratus quidem est . Immo , ut id quod sentio, aperiam, opus magnis viris tentatum, ac tandem desperatum, aut inchoauimus, aut perfecimus. nihil tamen in tanto , ac tali negocio pro certo affirmarim , te , non assentiente , tuæ enim παλλάδες ταῦτα πολεῖς ἔντεις ἀγονῶν Βερού . tuo iudicio , ac patrocinio fultus , non morabor Τις Γεφυριστὰς . Tenes , opinor , memoria , incomparabilis vir , Ephesiorum factum . Illi dum hostili vexarentur bello , de rei euentu consuluerunt Oraclem . datum responsum, si Rempublicam sartam tecum cuperent, ad Tutelaris Numinis Templum Vrbē alligarent ; quo peracto , hostes in fugam verterunt ; Ephesumq. obsidione , ac metu liberarunt . Multi iam cogitant nostra obsidere inuenta, machinas admouent, ac penè labefactant : sed meus Apollo dudum me commonefecit , ut me meaq. tui Genij vinculis obstricta , aduersariorum impetus reprimam, ac frangam . Tuere igitur, Heros, litterarum, ac litteratorum Censor, quæ tibi dicata sunt, eo vultu , quo intuentum allicis animos . Habes à Philosophia non minora clementiæ , quam iudicij præsidia; ut illa nouos hosce soueas conatus , hoc ut defendas . Vale , tecumq. crescat tuæ Gentis spes, Patriæ columen , litterarum decus, meæ Neapoleos amores, Italiae gloria . Kal. Iulij M. DC. X.

A D

AD LECTOREM

PRAEFATIO.



ON immerito, Candide Lector, admirari satis non possumus de viris quibusdam omni doctrinæ genere cumulatis, qui, cum mathematicas tractationes sibi assumpserint, atque in ijs cum laude versati, sint, de illa parte, quæ curvas complectitur lineas, nihil ferè commentati, aut meditati sunt. In quadrando quidem certè Circulo (re scilicet æquè descantata, atque ardua) plerique ingeniosi viri desudarunt, & elaborarunt recte ne, an secus, ipsi viderint. Ego qui noui aliquid moliri, non aliorum labores veluti fucus surripere studeo, eandem quidem subiui aleam. Sed ut legitimè & expeditius id prestarem, multa ex Euclidis elementis ad propositum argumentum transudi, ac plurimas confeci demonstrationes, ex quibus, alias, quæ ad rem facere videntur se legi, easq. uti curuilinearum figurarum elementa proposui. Hinc ad perdifficile Theorema de quadrando Circulo, progressus sum. quid vero efficerim in re multis circufusa tenebris, & in qua summorum virorum ingenia errare potius, quam hærere visa sunt, aliorum esto iudicium. si perfectionem non sum omnino affectus, conatus certè, & adumbratio tanti Theorematis laudandus.

IO.

IO. BAPT. PORTÆ

NEAPOLITANI

ELEMENTORVM CVRVILINEORVM

Liber Primus.

DEFINITIONES.

P R I M A.

INEA curua est, quæ inter sua nō æquè sunt puncta, sed in factu sinu flectitur.

I I.

Angulus flexilineus est flexarum linearum retusio suo nutu sibi coincidentium.

I I I.



Angulus flexilineus rectus, qui rectilineo responderet.

Exempli causa sit A.B.infidens linea iacens FBC. vtrobiq. sibi æquales constituens angulos ABF, ABC. sitq. AB. ipsi B. C. æqualis & ipsi AB. hemicyclium circumscribatur ADB. vel circuli portio, & ipsi BC. alter B. E C. vel æqualis circuli portio. Cyclogoni ergo DBA. CBE. sunt æquales, & quanto angulus AD.B.F. maior est resto ipso contingentiae angulo DBF. tanto ABE. superat ipsum ABC. altero contingentiae angulo ABE.

A totus

2 IO. BAPT. PORTÆ

rotus igitur ADBEC. toti ABC. recto æqualis, vt probavit
Proclus in Eucl.

I. IV. III.

MIXTUS. V. VI. VII.



Obtusus curuilineus, qui obtuso, rectilineo fit quando à recto resupinata in maiorem angulum abit.

Eodemq. modo angulū ADB. FE. flexilineum, rectilineo ABE, esse æquale flexilineus angulus. FBE est æqualis flexilineo DBG. nàm æquales sunt circulorum portiones, si angulum DBG. abstuleris, & reposueris supra EB. erit rectilineus DBE. æqualis flexilineo DBG. FE.

Sic etiâ semicirculus ADB. æqualis est ACE, dematur portio communis ABC. remanet angulus CAD. æqualis rectilineo BAE.

V.

Xystroides angulus siue concauus quando vtrarumq. circumferentiarum caua extra fuerint, & intus se respiciens conuexitatibus suis.

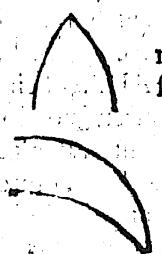
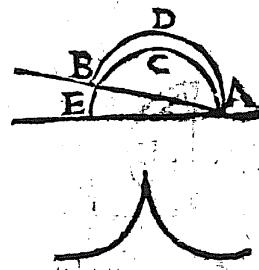
VI.

Contra conuexus angulus quando circumferentiarum conuexa vtrinq. extra fuerint, & inter se suis finibus aspicerint.

VII.

Angulus ~~univertus~~. siue lunaris, qui ex caua conuexavè circumferentia fuerit, vt conuexum vnius alterius conuexitatem aspiciat.

Cyf-



ELEM. CVRVL. LIB. I.

VIII.

Cyssoïdes Angulus ex hederæ folijs nomen indeptum. ex gibbosis, cauisq. lineis constat ad punctum vnum conuenientibus, vndatim contra se discurrentibus veluti Vn-dulatus.



IX.

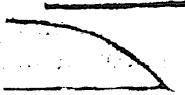
Mixtus angulus, qui ex rectis circulosisq. lineis componitur.

X.

Cyclogonus, qui à Caua, & recta circumferentia constat.

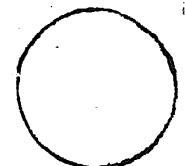
XI.

~~Keratoëdēs~~. siue in cornua falcatus, quando rectæ opponitur conuexa nostri contingentiae vocant.



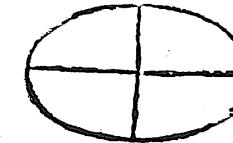
XII.

Figura vel angulosa, vel agonia, agonia-rum figurarum circulus princeps, linea partem, quæ ambitiose circumvoluit, & aream obambit concauum dicimus, quæ extorsum inuehitur conuexum.



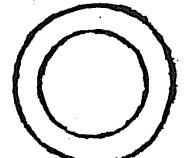
XIII.

Spherois siue Ellipsis ex ambienti linea in se recursa describitur vnius duæ diametri, longitudinis vna longior, latitudinis altera ad rectum in medio se fecantes.



XIII.

Vertex. siue corona est duorum circumferentiarum concentricorum circumcursus.



XV.

Angulosarum figurarum metriscus siue

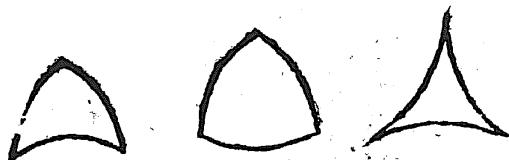
A 2 lu-

IO. BAPT. PORTÆ



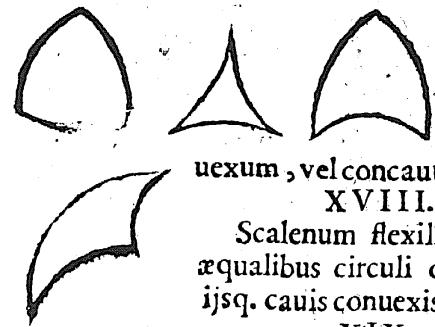
lunula prior, estq. in easdem partes caua habentibus comprehensa circumferentijs figura .

XVI.



constat ijsdem æqualibus circumferentijs circuli, idq. conuecum, concavum, vel mixtum .

XVII.

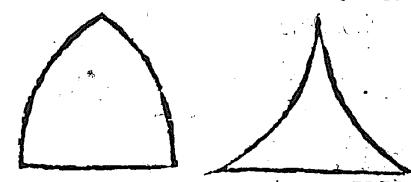


Isosele triangulum curuilineum, quod duabus tatum æqualibus circuli circumferentijs continetur, idq. etiam conuecum, vel concavum, vel mixtum .

XVIII.

Scalenum flexilineum est, quod tribus inæqualibus circuli circumferentijs clauditur, ijsq. cauis conuexis, & mixtis .

XIX.



Semicuruilinea triangula sunt, quæ ex rectis, curuisq. circumferentijs continentur .

XX.



Tricuspidatum triangulum, siue acio idea quadrilaterum est triangulum quod tres habet acutos angulos.

Inter

ELEM. CVR VIL. LIB. I.

XXI.

Inter triangulares figuras πλειονδής. Figura est, quæ securis vel bipennis formā habet .



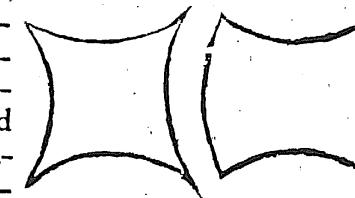
Eius Theocritus meminit . Nicandri Scholiares futorium scalprum . Τα κυκλωπῆς σιδύεια, οἵς οἱ σκυτοτόμοι πέμψοι ηξύειο τα δίγυατα . Idest circularia ferramenta quibus pelles incident, & deradunt .

XXII.

Arbilones ex tribus circumferentijs comprehensi ; Horum meminit Pappus spatium illud inter circumferentias interiectum αρβηλον vocans .

XXIII.

Quadrilaterarum quidem figurarum curuilinearum quadratum quidem flexilineū est, quod rectis angulis, & æquilibus circumferentijs prescribetur .

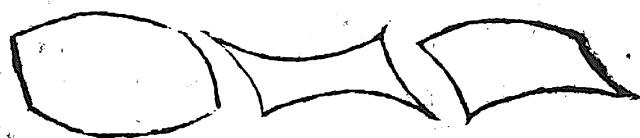


XXIV.



Rhombus flexilinea æquilatera quidem, sed non rectangula, aduersos tamen angulos æquales habet, eorumq. aliquos concavos, conuexos, & mixtos .

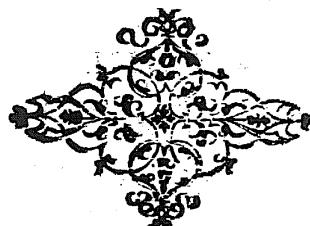
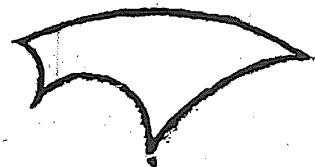
Rhom-



Rhomboides vero neutrum horum habet neque laterum, neque angulorum æqualitatem, sed contrarias circumferentias, & angulos æquales habet similiter etiam concavus, conexus, & mixtus.

XXVI.

Trapezoides curuilineum, quod quatuor inæqualia latera ex diuersis circumferentijs habet.



PRO-

PROBL. I. PROP. I.

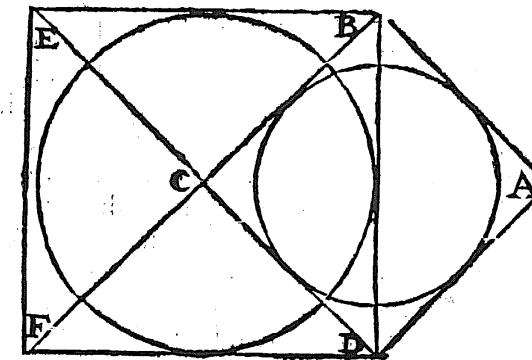
Datum circulum duplare.

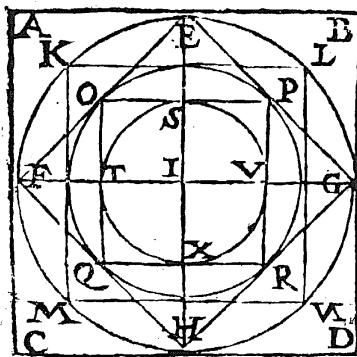
SIT datus circulus ABCD. cuius oportet duplum inuestigare. Describatur quadratum per 7. 4. Eucl. & sit ABCD. ducto Diagonio BD. secundum datum BD. describatur quadratum per 48. 1. Euclidis, & sit BEDF. cui circulus inscribatur per 6. 4. dico circulū BD²FE. esse dati duplum. Hanc

constructionem demonstratione fulciendam rati sumus. quotiam BCD. rectus est angulus proinde cum quadrato lateris BC. CD. æqualia sint quadrato ex BD. ex 47. 1. ergo quadratum ex BD. duplum quadrati ABCD. sed ex BD. descriptum quadratum est DBFE, ergo quadratum BDEF. duplum ipsius ABCD. sed circulus ad circulum eandem rationem habet, quam quadratum inscriptum, aut circumscripsum, vt ex Euclidea demonstratione ratum est duodecimi elementorum secunda, ergo circulum ABCD. duplauimus per circulum BEFD.

Plato ita quadratum duplat vt à Vitruvio annotatur. Dimidium quadrati BDC. est quarta pars quadrati BEF. ergo quadratum BDEF. duplum est ABCD.

Possu-





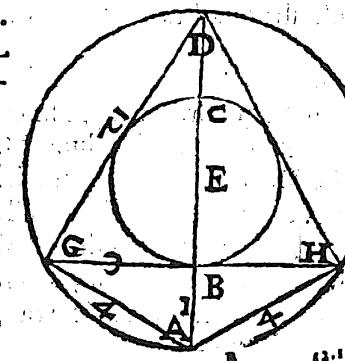
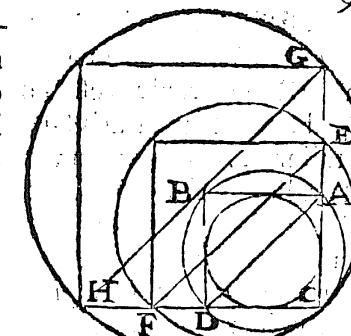
oportet conduplicare, huic quadratum circumstruemus O P Q R. cuius latera duabus diametris se ad centrum I, decussantibus bipartiemur, & circa quadratum O P Q R. circulus alter designetur mox aliud quadratum . K. L. M. N. & alter circulus , ac demum aliud quadratum A B C D. quod postremum circulum K L M N. intercludat . His perstrutis aio aream inter circuli K L M N. finitionem concludam proxime septentris arctioris sui circuli O P Q R. duplam esse, vt laxior postremi area eius , qui minimum intercludit quadrupla sit , & sic in infinitum duplare possumus cuius veritas hac demonstratione representabitur . Quoniam linea A B. bifariam diuisa est in E, quadratum A B C D. quadruplum est ipsius A E, & sic in quatuor quadrata æqualia A I, E G, F H, I D. & hæc à quatuor diagonijs bifariam diuisa sunt E F, F H, H G, G E, quatuor igitur triangula extrinseca F A E, E B G, G D H, H C F. quatuor interioribus æqualia sunt; ergo totum quadratum A B C D. quadrati E. F. G. H. duplum erit , eademq. ratione quadratum E F H G. ipsius O. P. Q. R. duplum erit , & primum A. B. C. D. huius quadruplum.

Anni-

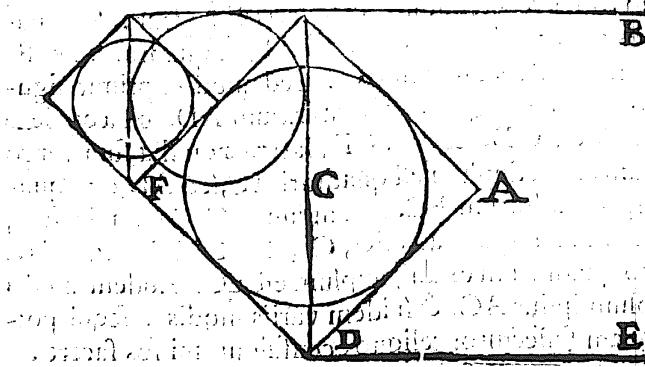
Annitemur etiam per quadrata dupla ambientia idem rimari , & absoluere . Esto datus circulus A B C D, cui quadratum A B C D. circumstruimus : mox ab oppositis angulis ducto diagonio AD & à puncto C, superne versus A, signa lineam eiusdem longitudinis ipsius AD, & sit C E, & ex parte inferiori sit C F, mox trahe diagonium E F; & iterum quanta E F, figura in linea C G, & inferne linea C H, & id toties repetendum quo ad satis videbitur . Sic quadratum ex G H, duplum est quadrati E F, & quadratum E F, duplum A D, & A D, duplum A C. Sed quod exprimit figura, demonstremus . Quoniam quadratum A D, est æquale quadratis A C, C D, & A C, C D, latera æqualia sunt , ergo quadratum ex A, duplum est quadrati A C, sed A D, est æquale E C, ergo quadratum E C, est duplum A C. Sed quia E F, est æquale duobus quadratis E C, C F, & E C, C F, æqualia sunt, ergo quadratum ex E F, duplum est E C. Eodem modo G H, duplum ipsius A C, & si idem varijs modis assequi posset, tanquam sufficienos reliqujs censiimus missos facere .

Libet non prætermittere,
alium quadruplandi modū .

Sie circulus B C, quem intendimus quadruplare circa quem æquilaterum triangulum per tertiam quarti describamus , & circa illud alium circulum per quintam eiusdem quem quadruplum pronunciamus . Quoniam D G, tripla est ipsius G A. ex



12. 13. si quadratum D G, erit duodecim partium talium GA, erit 4. & quadratum G B, erit talium 3. nam quadratum G D, quadruplum est G B, suæ dimidiæ, sed quadratum AG, est æquale quadratis GB, BA, igitur si quadratum G A, erit talium 4. & quadratum GB, talium 3. erit quadratum B A. talium 1, sed AE, erit quatuor, quoniam est æqualis AG. & quando quadratum totum 4. est, & sui pars 1. erit linea per medium diuisa ergo AB. ipsius AE. dimidium erit, ergo tota AD: ipsius EB. quadrupla est. Si vero circulum dividere voluerimus, poterimus conuersa vti operatione; Et si facilia quidem sint, quo tyrones iuuemus alium modum apponere non pigebit.



Describe quadratum tantæ quantitatis: quantæ duplarem circulum diuidénum fieri cupis, & sit ABCDE. cuius medio sige puncum A. super quo ambitiosa linea circumducatur, quæ omnia quadrati tangat latera, deinde annexet literas rectas à centro ad angulos duos AC, CD. & constitue triangulum ACD. & aliud priori par triangulum constitue cuius angulus E. erit rectus est igitur ACD: secundum quadratum primi dimidiū. In medio punclo huius diagonij CD, qui sit G. pone pedem circini, & reliquo vago describe circumferentiam tangentem sui latera quadrati ACD: & hoc mo-

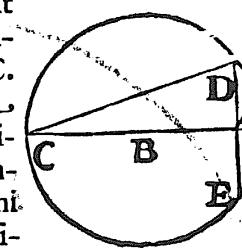
do

do in infinitum poteris circulos dimidiare. Demonstratio ex superiori penderit.

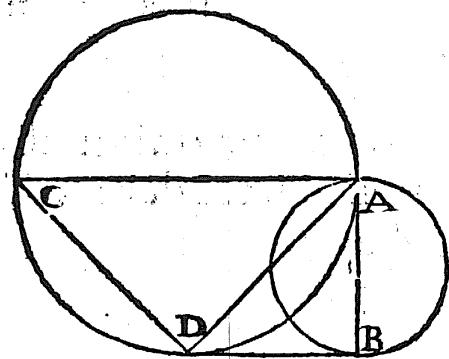
Datum circulum triplicem quintuplicem, & septuplicem reddere.

Prob. 2.

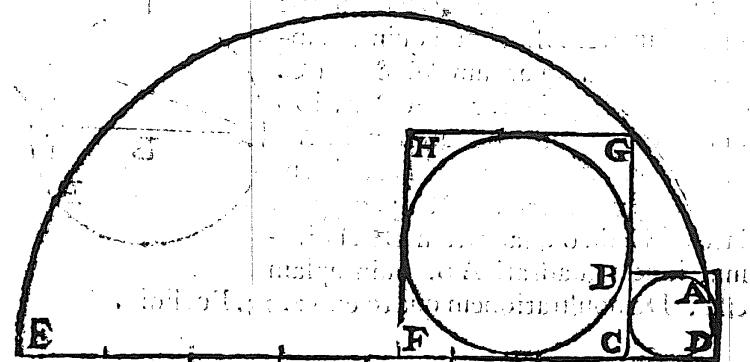
IT dati circuli diameter AB. quem volvamus triplare elongetur AB. in C. & sit AB. æqualis BC. & fiat circulus ex diametro AC. & sit AB. æqualis AD. quæ in circulo logetur per primam 4. Euclid. & ducatur DC. dico circulu m ex DC. diametro circuli ex AB. tripli esse. cuius demonstratio ex 12. 13. lib. Eucl. pendit.



Si vero quintuplare voluerimus sit data diameter AB. circuli quintuplandi. Elongetur quantum AB. & sit BC. circumducatur ei circulus A D C. in quo pentagonum æquilaterum inscribatur per 9. 4. Eucl. & sit linea subtendens duobus lateribus DC. pentagoni latus AC. dico quadratum DC. DE. simul iuncta quadrati A B. quintuplam esse. Demonstrationem quære ex 12. 13. Euclidis.

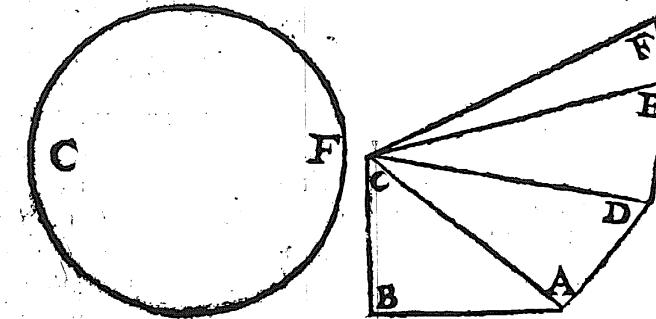
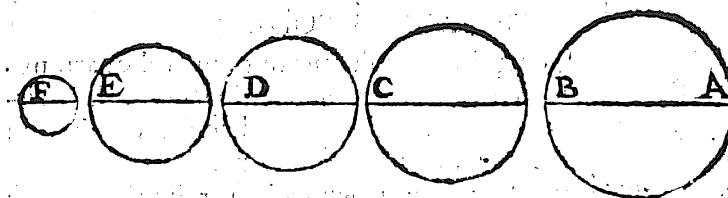


At is modus, universalior, & commodior visus. Sit datus circulus A B. dimetiente descriptus, volo tergeminum reddere. Puncto igitur B. ipsius lineæ A B. ad rectos angulos adiungatur D B. pars quantitatis. Mox trahatur A D. dein ipsius linea D A. in puncto D. alia adiungatur D C. ad rectos angulos, & eiusdem quantitatis A B. & ducatur C A. & dimetiente C A. fiat circulus, qui A B. circuli tergeminus erit. Quoniam potentia lineæ A C, potentia linearum A D. D C. sibi vendicat, & A D. ipsas A B. B D. igitur A C. valet tres circulos, cuius inest A B. Quod si quintuplare, aut per alios impares numeros multiplicem reddere voluerimus: Addemus puncto C. lineam alteram ad pares angulos quantitatis A B. & erit quintupla ipsius A B.



Possimus etiam si velimus alio modo idem exquirere.
Sta-

Statuatur circulus A B C D. septies multiplicandus cui circumducatur quadratum, & latus eius producetur, illudque in octo partes diuidemus, cuius principium D. finis E. mox D E. per medium diuidatur in F. positoq. circini pede in F. & alio D F. circumducatur quoqsq. semicirculun absoluat D E. & latus C. B. quadrati producatur ultra B. in continuum, reftumq. ad arcum D E, & vbi eum contingit, illic scribe literam G. & ex C G. fiat quadratum C G H E. in quo circulus inscribatur, qui continebit septies ipsum B A C D. Quoniam C G. est media proportionalis inter E C. C D. igitur per. 13. 6. Euclid. vt E C. prima ad tertiam C D. ita G H. quadratum secundæ ad B D. quadratum tertie per 20. 6. Est autem E C. per constructionem septupla ipsius C D. igitur quadratum H C: septuplum ipsius quadrati B D. quod probandum assumimus.

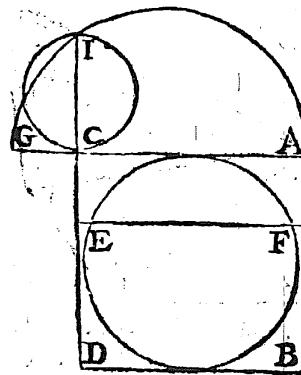


Sint positi quini circuli diuersæ capacitatis A B. C D E F.
quo-

quorum quantitates volumus singulare circulo comprehendere, quod ita propemodum faciendum existimamus. Esto enim circuli diameter AB. constituantur ad rectos angulos ei BC. mox ducatur linea ab A. ad C. & haec dimetiens potest binos circulos AB. C. Porro puncto A. linea AC. recta linea erigatur ad rectos angulos, quae sit AD. & a punto D. trahatur linea DC. & haec dimetiens est capiens tres circulos AB. C. D. ipsi demum CD. recta linea ad rectos erigatur DE. quarti circuli dimetiens potens quatuor circulos. Postremo ei linea EC. ad rectos iterum excitetur quinti circuli EF. trahaturq. per FC. dimetens, capiens iam cunctos circulos; & hoc modo omnes sicut quorundam volueris comprehendere. Demonstratio habetur ex penultima libri Euclidis.

Ex dato circulo datam partem subtrahere. Probl. 3.

 I dati circuli volumus tertiam, vel quartam partem extrahere, hoc modo facito. Esto circulus ABCD. circa eum describe quadratum ABCD. cuius absconde partem tertiam, ac transuersa linea conuenit a reliquis superne diltinguere FE.



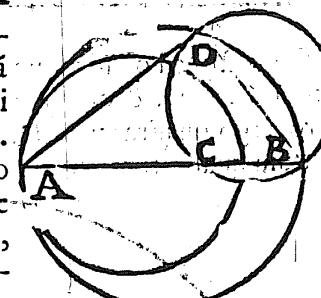
Proeunrat igitur AC. in G. & fiat CG. æqualis CE. supra linam AG. dimidium rotundatis arcum excurrat, & linea DEC. eousque producenda erit, quo circumferentiam in I offendat. Linea CI. potest quantum parallelogrammum ACEE. sic de quinta & septima parte cuius demonstratio ex ultima secundi dependet Eucl. Datis

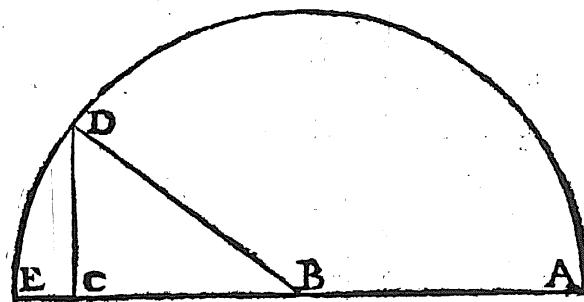
Datis duobus circulis inæqualibus à maiori minorem subducere, & circulum dare reliquo æqualem spatio.

Probl. 4.

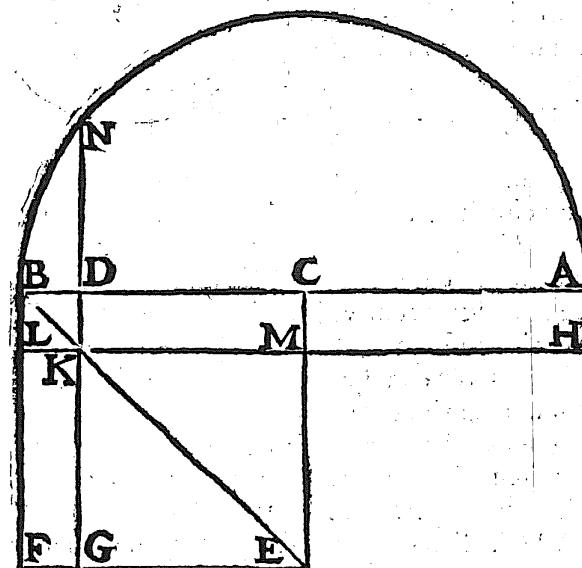
 Vbducitur etiam circulus minor à maiori, & circulus etiā formari potest, qui vtriusque differentiam capiat. Esto maior circulus ABD. volo ab eo circulum subducere; ac mox alium circulum formare, qui lunulam ADBC. inter vttūque relictam capiat. Subducēdus circulus AC. hæreat in fine diametri AB. in A. positoq. circini pede in A. altero ad C. vagum ad circumferentiam traducito, & vbi eam incidit, ibi locetur D. Mox ex B. ad D. transuersa ducatur linea DB. Dico linam DB. esse eius circuli dimetientem capientem inter AB. AC. differentiam. Quoniam trianguli ADB. angulus D. ad circumferentiam rectus est, subtensa AB. potest, vt AD. DB. Si igitur ex AB. subducatur AD. circulus, remanet alter DB. differentiam capiens vtriusq.

Possumus, & aliter demonstrare. Extendatur linea AB. diameter circuli AB, cui adiungatur linea BC. diameter circuli AC. positoq. B. centro intervallo AB. facito semicirculum ADE. Tum supra C. erigo perpendicularē CD. quoq. tangatur circumferentia in punto D. & connecto BD. Dico CD. esse quesiti circuli diametrum. Quoniam C. angū-





angulus rectus est quadratum subtensæ BD. æquale est quadratis BC. CD. & quadratum BD. est æquale AB. quia ex centro, ergo quadratum CD. tanto minus est quadrato BD. quantum quadratum BC.



Quod si voles alio modo efficere hac ratione assequeris.

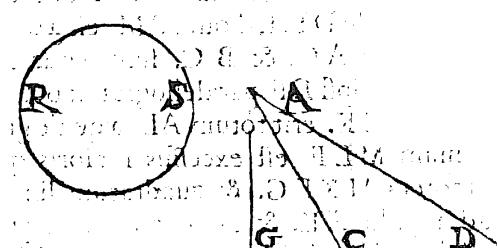
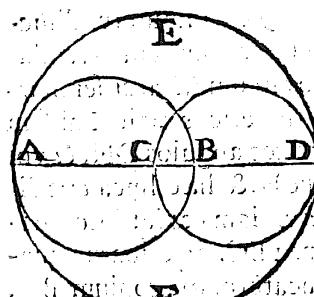
Sit

ELEM. CVR VII. LIB. I. 17

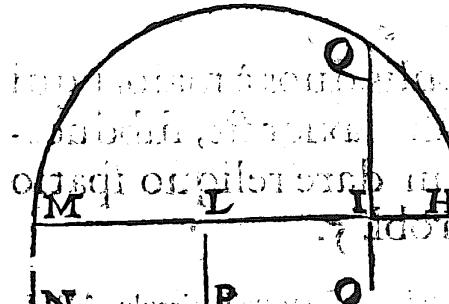
Sit dimetiens maioris circuli CB. & ab ea amplietetur dimetiens minoris circuli CD; & linea BC tantundem extendatur ad A; & puncto C facto centro circumducatur semicirculus ANB; & à puncto D, vbi minor dimetiens maiorē abscondit, erige super transuersam AB ad rectos angulos DN. & vbi DN periferiam secat ANB. istuc pone N. & hæc linea erit dimetiens circuli inueniendi, qui differentiam capiat inter maiorem, & minorem circulum. Et linea BC. describatur quadratum per 46. p. E. & sit CEBF. ducaturq; diagonum B E. & per D punctum descendat parallellas ipsi BF. sitq; DG. secabitq; diagonum in K. & per K signum excitetur alter parallellus ad AB. & sit HMKL. & ex A ad H ducatur alter parallellus ipsi CM. Quoniam supplementum CK. supplemento KF. per 43. i. est æquale, addatur commune quadratum DL. erit CL æquale DF. sed quia AM est æquale MB paralelogrammo, quia AC. & BC. sunt æquales, ergo AM paralelogrammum ipsi DF paralelogrammo est æquale, addatur commune CK. erit totum AL æquale gnomoni MLF. sed quoniam MLF est excessus maioris quadrati CBEF. super minorem MKEG. & quadratum lineæ DN est æquale quadrangulo AK. & ex consequenti gnomoni MBF quæ est differentia vtriusque quadrati; ergo DN circulus est differentia duorum inæqualium circulorum, quæ erat demonistrandum.

Datis tribus circulis, duos à maiori, qui duobus circulis laxior sit, subduce-re, & circulum dare reliquo spatio æqualem. Probl. 5.

SIT amplius quam quis confidere velit circulus ADEF. sintq; pro arbitrio bini circuli A.B. C.D. quorum areae C totam

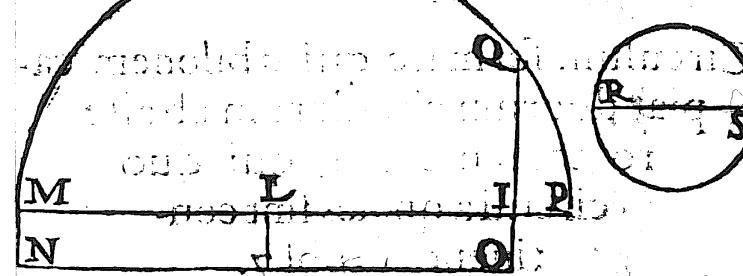


*ad perpendiculum descendat, sive A.G. His perfectis ex-
trahatur parallelogram.*



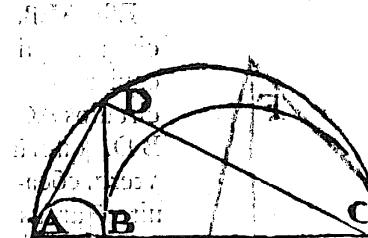
*circumcisus parvum M.Q.H. elongeturq. O.I. inferaturque
coeun-*

coemtū linearē tam arcu literā Q. sic ex linea I.Q. fiat circulus R. S. capiens iam dictam differentiam. Quoniam angulus ACD. est obtusus, quadratum linearē AD majoris circuli superat quadrata DC, CA, minorum circulorum per triangulum comprehensum ex D C. & C.G. bis per II. 21 Euclid. & ex his constitutum rectangulum M. l. & diametrum QI. capiet comprehendit arcum ex quo circulus R. s. quæ sitam differentiam continebit.



arcis continentis atē excellant; vestigandus est circulus, qui differentiam excellentis areae excipiatur. Fiat triangulum ex tribus lineis AB. AC. DB. pen 22. 1. Euclid. & sit GFI. qui erit acutus, cadat ex apice F. trianguli in substratum basem. GL. orthogonaliter linea FH. & vbi eam abscedit, illic figura literam H. Propterea ex geminata base GI. & linea GH. inseductis, fiat parallelogrammum MO. & superior linea MI procurrat quousque sit æqualis IQ. & sit P. Mox partire interuallum MP. per æqualia in D. & ex D centro describe semicirculum elongeturq. linea IQ. quousq. attingat areum MP. in Q. & IQ dimetiens erit futuri circuli qualitatem differentiam capientis. Quoniam quadratum FG minus est EG. GI. quadratis tantum, quantum rectangulum bis sumptum ex linea IG. GH. per 13. 2. Euclid. quod erit NI. & linea IQ. erit dimetiens continens aream NI. circulus igitur RS. ex linea IQ. constitutus differentiam capiet quantam duo illi circuli aream suscipient circuli AED.

Circulum formare, qui arbilonem capiat duorum circulorum ab altero contentorum, qui duo circuli æquales sint continent. Probl. 7.



Esto maior circulus ADC & sint duo circuli minorres AB. BC. quorum arcus in diametro sese inuicem tangat in B. & ex alia parte concavitatem maioris circuli A. C. volo inuestigare dimetientem circuli, qui aream capiat arbilonis ABCD. producatur linea ex

ex mutuo circulorum contactu B. donec rotundationis maioris circuli aream tetigerit BD. dico eam esse diametrum futuri circuli, qui arbilonis ABCD. aream continent. Hanc constructionem præsenti demonstratione suffulciemus. Quoniam linea AC. secta est in puncto B. quadratum, quod fit ex AC. æquale est quadratis, quæ fiunt ex AB. BC. & parallelogrammo, quod bis fit ex CB. BA. ex imperio 4. 2. Euclid. Sed parallelogrammum ex CB. BA. est æquale quadrato DB. circulus ergo ex DB. est æquale arbiloni ABCD. quod quadratum ex DB. æquale sit quadratis AB. BC. patet etiam ex 17. 6. Euclid. Vel quoniam circulus ex DC. æqualis est duobus circulis ex DB. BC. quia B. est angulus rectus, & circulus ex DA. circulis ex AB. BD. ergo circulus ex AC est æqualis duobus circulis AB. BC. & duobus circulis ex DB. qui in eo continentur, arbilon igitur ADCB. ex circulo DB. constat.

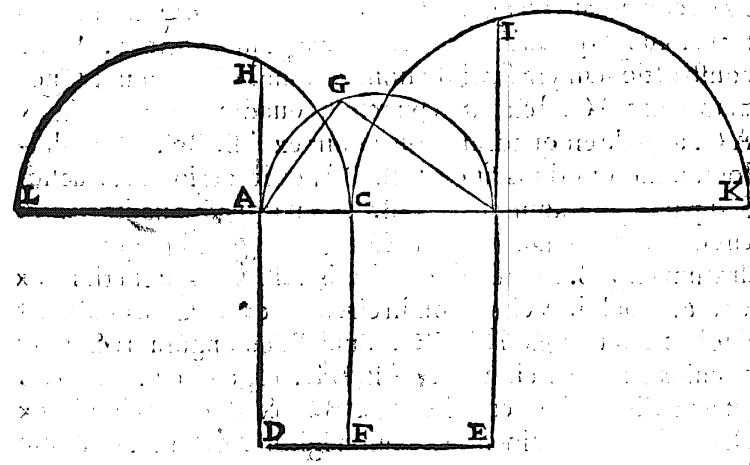
Corollarium

Ex hoc prouenit dato arbilone posse illico dari circulum ei æquale, scilicet lineam erigendo ad duorum semicirculorum coniunctione ad circumferentiam.

Si diameter fecetur vtcunque, circuli, qui fiunt ex tota, & singulis partibus continentur, æquales sunt ei, qui à tota fit circulo.

Probl. 8.

Fiat quadratum ex linea AB. & extendatur AB. usque ad K. & sit æqualis AB. & supra CK fiat circulus CIK, & ex alia parte BA. extendatur in L, & sit æqualis AB. & super



per CL. formetur circulus, & sit CHL. & supra AB fiat alter circulus AGB. & ex C extendatur parallellus ipsi AD. BE. & si FCG. extendaturq. DA ad H. & EB ad I. ducanturq. ex G. CA. GB. Quoniam quadrangulum ex KB. BC. est æquale quadrato BI. & quadrangulum ex LA. AC. est æquale quadrato AH. coheant ipse BI. AH. in circumferentia AGB. in punto G. quia in circumferentia ad rectum angulum: ergo quadratum ex AB. id est quibus quadratis AG. GB. æquale erit, & sic de circuitis, vel aliter,

Quoniam per precedenterem diameter diuisa bifariam in C. quadratum ex AC. & CB. & rectangulum bis contentum ex BA. AC. est æquale quadrato AB. sed rectangulum bis contentum ex BA. AC. est æquale quadrato ex CG. sed quadratum ex BC. CG. & quadratum ex A. C. CG. sunt æqualia quadratis ex AG. GB. & quadratam ex A. G. GB. sunt æqualia quadrato ex ABI. ergo ostendimus, quod intent debamus, & est secunda secundi Euclid.

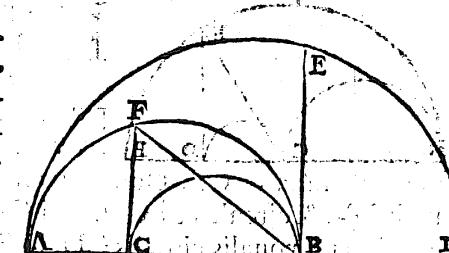
Si

Si diameter scetur vtrunq; circulus ex tota, & eius parte contentus æqualis erit circulo, qui ex partibus continentur, & eius quod ex praedicta parte fit circulus. Propos. 9.

Si diameter AB. secta vtcunq; in punto C. dico circulum ex AB. BC. contentum æqualem esse circulo ex BC. CA. contento, & circulo CB.

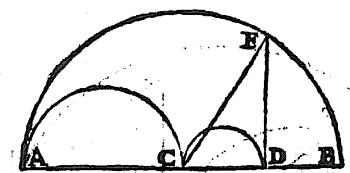
Extendatur AB. in D. & sit BD. æqualis ipsi BC. & super ACBD. fiat circulus, & sit AED. & ex punto B. eleuetur perpendicularis vsque ad E. Idem fiat ex altera parte. Supra AC. & CB. duo circuli, & ascendet ex C perpendicularis CF. vsque ad semicirculum AFG. extendaturq. FB.

Quoniam quadrangulum, quod fit ex AB. BD. æquale est quadrato, quod fit ex BE. & quadrangulum, quod fit ex BA. AC. æquale quadrato ex CF. sed quadratum ex FG. æquale est quadratis FC. CB. quia C angulus est rectus ergo circulus ex AB. BC. quod est BP. æquale est circulis ex CB. & qui sunt BC. CA. & est 3. Euclid.



Si

Si diameter secta fuerit in partes æquales, & inæquales circulus ex inæqualibus partibus contentus vna cum eo, qui fit ex linea, quæ inter sectiones intericitur æqualis est circulo, qui fit à dimidia. Prop. 10.



D Escribatur circulus ex Diametro CA. alter ex AB. alter vero ex CD. ex D puncto erigatur perpendicularis usque ad circumferentiam in E. & protrahatur CE. Quoniam circulus ex AD. DB. est æqualis DE. & circulus ex CD. ipsi CD. ergo circulus, qui fit ex CE. erit æqualis circulis CD. DE. sed CE. est æqualis CA. quia ex centro ad circumferentiam, ergo circulus ex duabus inæqualibus partibus compositus AD. DB. qui est DE. & circulus CD. utriusque æqualis est circulus ex dimidia CA. compositus, & est 5. 2. Euclid.

Si diameter bifariam sefecur, eq. in rectum adjiciatur quædam recta linea, circulus ex tota diametro cum adiecta tanquam ex uno diametro, vna cum circulo dimidiae æquales sunt circulo ex dimidia, & adiecta tanquam ex vna diametro descripto. Prop. 11.

S It diameter AB. sefecur bifariam in C. & ei in longum. adjiciatur linea BD. dico circulus descriptus ex AD.

DB. vna

DB. vna cum circulo
CB. æquales esse cir-
culo, qui fit ex CD.

Lineæ AD. adjiciatur DE, quæ sit æqualis DB, & centro G interuallo GE describatur circulus AFE. & ex punto D linea ad rectum erigatur usque donec circuli circumferentiam contingat, & sic DF. Sicquicquid quadratum quadranguli AD. DE. & punto D. linea DG sefecur CB æqualis, & ipso GD. & connectantur puncta GF. linea GD est æqualis CB. Ex constructione. Quoniam linea AG. est æqualis linea CB. & CB. ipsi GD. adjiciatur ipsi AC communis CG. & linea DE. est æqualis BD. ex constructione ergo CD. ipsi GE. & angulus ad D. rectus est, valet ergo quadratum GF. quadrata GD. DF. ergo quadratum GF. valet quadratum CD. quod demonstrandum proposueramus & est 6. 2. Euclid.

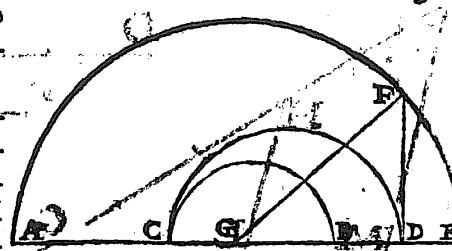
Expositio respondebat.

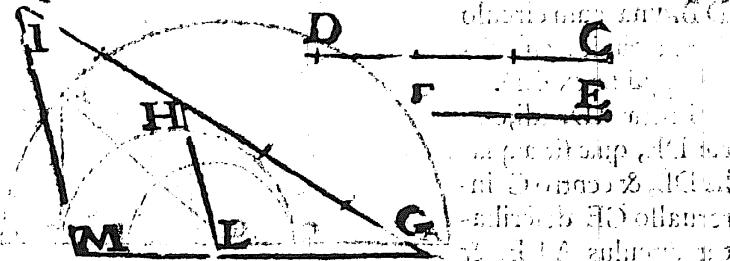
A dato circulo alium in datam proportionem abscindere.

Prop. 12.

S T O datus circulus AB. volo alterum construere, vt ad eum datam proportionem habeat, & sitq. data proportionis CD. ad EF. scilicet sequaliter. Lungantur angulo binæ lineæ, quarum vna GH. sit æqualis linea CD. protendanturq. HI. & quousque HI sit æqualis EF. Mox alteri lineæ æquetur dia-
meter

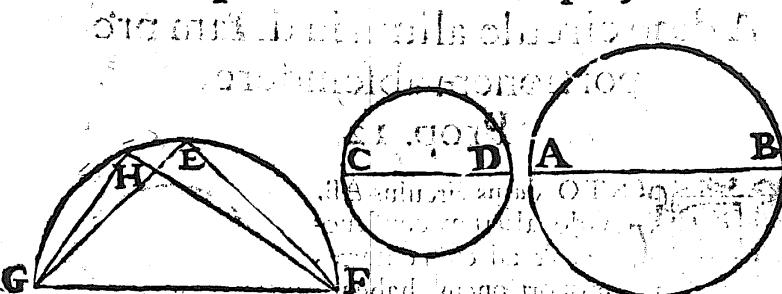
D meter





Bonitatem duplo tangere ambo habet nullum. Quod est, ut
meetur AB, quae sit GL, tangentiaq. HL, & de GL, expendatur,
& a puncto I, distare HL, parallellus excitetur LM, dico LM
diametrum esse: quesiti circuli A. O. s. subsequi alteri, &
erit quadraria proportionalis invenuta. Quoniam propon-
tio GH: Ad HL est sicut GL: ad LM. ex ipso Eucl. & GH
ad HL est sesquialtera, ergo GL: diameter ad AO: diamet-
rum sesquialtera est.

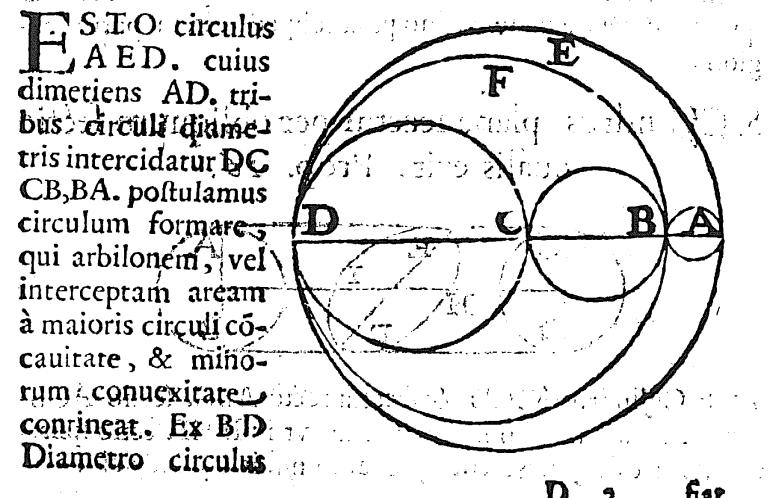
Ex duobus inæqualibus circulis duos
æquales facere. Prop. 13.



Sint duo circuli inæquaes AB, CD, volo hos duos circu-
los inæquaes ad duos æquaes reducere AB, DC, con-
jungo ad rectum angulum diametros, & sint GHF, & conne-
cto GF, tunc super FG, facio semicirculum, q. u. per H rectum
angulum træsibit, mox diuido circumferentia in Elibifariam, &
pro-

produco GE, EF. dico... ex quo, ex quatuor, & ex tri-
bus, & ex duobus, & ex unius, & ex unius, & ex unius, &
duos circulos duarum dimetientium GE, EF. & in unius, & in unius, &
esse æquaes duobus dimetientibus GH, HF, & proinde circu-
lis I, L. Quoniam an-
gulus HI est rectus, etiæq. supradicti oblique anguli
quia ad circumferen-
tiam, ergo quadrata GH, HF, sunt æqualia quadrato GF.
& quadratis GE, EF, etiam æqualia quadrato GF, & quæ
æqualia vnt tertio æqualia inter se, ergo circuli IL, sunt
æquaes AB, CD.

Circulum formare, qui capiat arbolonem trium
minorum circulorum, ab imo maiori conten-
torum, qui tres circulææquaes sint diametro
continentis. Prop. 14.

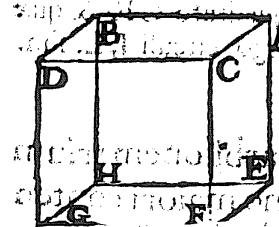


D 2 fiat

fiat BFD. & per superiorem propositionem 7. arbitur BFDC capiatur, mox lunula AEDFBC quantitas cognoscatur, à qua circulus AB. subtrahatur per 4. nostram, & sic de cæteris.

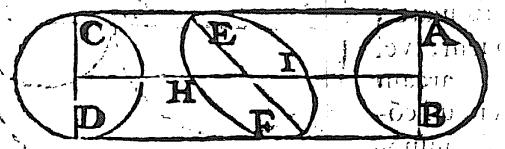
Si solidum cubum, vel parallelipedum altera parte longius oblique ex oppositis lateribus secetur, sectio altera parte longius erit.

Propos. 15.



Esso solidus cubus ABCDEFGH & secetur à piano BDEF. oblique ex oppositis cubi lateribus BD. EF. dico BDEF. esse altera parte longius. Quia DG, GF, æqualis est. DF autem subiacens linea est æquale ad lineam quadratis DG. GF. ergo ostenditur, ut etiam longior BD. quæ ipsi DG æqualis est, idem dicendum de altera parte BH. HE, quia BE, maior est BH. HE. Igitur BDEF. altera parte longior est. Idem quoque dicendum de solido parallelipedo altera parte longiori.

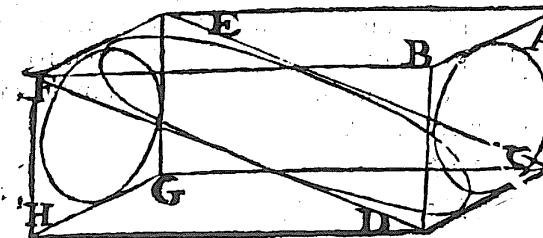
Si Cylindrus plana secetur per obliquum sectio equalis erit. Prop. 16.



Sit Cylindrus ABCD. & secetur recte ABG. sectio AGB. circulus erit, si obliquè secetur, vt in IEHF. sectio sphærois erit ex ea quæ Serenus probauit in suis Cylindricis.

Si

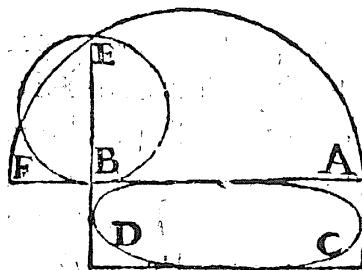
Si intra solidum parallelī pedum altera parte longius cylindrus inscribatur tangens sui circuli basis latera eius quadrati, & parallelipedum solidum obliquè secetur ea proportio erit circuli quadrato, quam sphærois figura ad suum altera parte longius. Prop. 17.



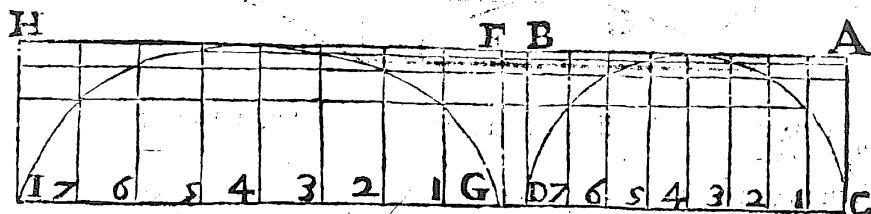
Sit parallelipedū solidū altera parte longius ABCDEFGH & sint cylindri in eo descripti bases ABCD. EFGH. circuli in ea descripti ABCD. EFGH. & planum obliquè secans illud sit CDFF. & sphærois in eo descripta CDEF. dico sphæroidem intra se descriptam eandem habere proportionem ad suam figuram altera parte longiore, quam circulus ABCD. ad suum quadratum ABCD. cuius demonstrationem omittimus: nam ex his, quæ Euclides in suorum elementorum, 12. & Archimedes in 31. præpositione descripsunt, demonstratur.

Data sphæroide circulum eiusdem areæ describere. Prop. 18.

Esso data sphærois ABCD. iubeo circulum eiusdem spatiij. Circa daram sphæroidem quadrangulū circumscribatur



ABCD. Hæc clara sunt ex demonstratione Archimedis libro de sphæroidibus, & conoidibus parte 5.6.7. sphæroidem idem describendi modum mechanicè, & gratia commoditatis proponam ex Alberto Durerio.



Describe quadrangulum in duplo triplo, aut sesquialtero, & sit in circulo supra AB. infernè CD. cuius latus CD. diuide in puncto E. per medium; ac posito uno circini pede in puncto E. interuallo EC. ducatur per superiorem partem usque ad D. continget hic arcus lineam AB. deinde partire lineam CD. in octo æquales partes, & ex singulis divisionibus protrahe sursum parallelas in nuper descriptum arcum. Deinde fac iuxta quadrangulum ABCD. adhuc alium quadrangulum æqualis altitudinis, sed longitudinis quantæ volueris cuius superior linea FH. inferna vero GI. & seca id quoque in octo partes æquales, vt prius, postea producito ex singulis sectionibus sursum lineas parallelas, deinde ex singulis inter-

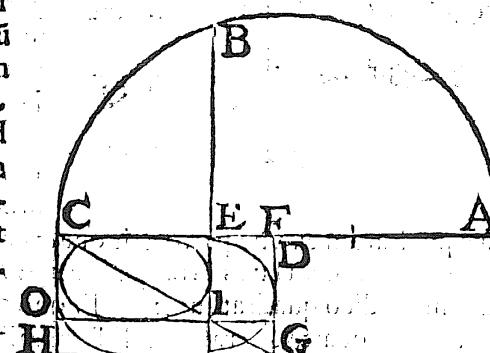
sectio-

sectionibus prioris, arcus, quæ per octo lineas parallelas factæ sunt, parallelas transversales per omnes perpendicularares longioris quadranguli, & per sectiones illas longiorem parallelorum arcum produc linam alicuiam de puncto in punctum incipiendo ab angulo G. & finiendo in I, vt vides.

Datam sphæroidem duplare, vel quadruplare.

Probl. 19.

Sit duplandum
Si quadrangulum
ECIO. quod idem
est, ac duplanda
sphæroidis, quod
intra illud circum
scripta est, & qua-
drangulum erit
simile, similiterq.
positū, quemad-
modum, & sphæ-
roidis. Producatur

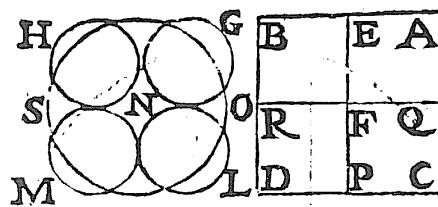


latus quadranguli EC. usque ad A. & sit AE. dupla ipsius AC. ac ipsius AC. medio D. posito circini pede, DA interuallo, describatur circulus, A B G. producaturq. IE. usque ad circumferentiam B. & erit BB. latus unum testanguli describendi. Rescindatur igitur ex CA, linea C F, æuali EB, & ducatur diameter CI. deinde per F. ducatur parallela ipsi EI. quoisque occurrat diameter CI in G. & per G altera paral-
lela ipsi FC producatur, quæ sit GH compleaturq. parallelo-
grammum FH. erit igitur hoc parallelogrammum ipsi CI. simile, similiterq. positum duplum. Quoniam AE, EB, EC. sunt tres lineæ proportionales ex 13.6. Euclid. cjt ut AH. prima ad EC. tertiam, ita parallelogrammum IH. ex EF. se-
cunda

IO. BAPT. PORTÆ

32 eunda (nam CF sumpta est æqualis EB.) ad parallelogramum EO: supra tertiam BC. quod simile, similiterq. de scriptum.

Si circuli diameter bifariam fecetur, & ex una parte circulus fiat hit erit totius pars quarta. Prop. 20.



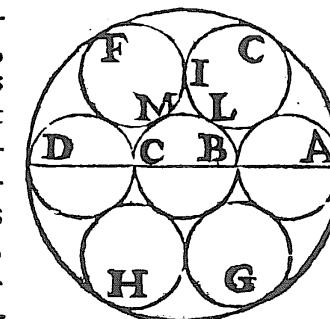
Datur quadratum ex una parte, erit quarta parte totius, ita, & circulus; Exemplum latus AB. quadrati AD. diuidatur bifariam in E. dico quadratum ex AE. quod est AF. est AD. quadrati pars quarta. Trahatur EP parallela, ipsi AC. & QR. ipsi AB, & erunt quatuor parallelogramma rectangula, & si aliter probari posset rationem recitabo apud Platonem in Memnone. Socrates enim puerum hoc modo docet: Sic bipedalis linea AB. dico suum quadratum esse quatuor pedum AQ. erit vnius pedis, erunt dico quadrata QE; FR. sit & altera pars CD duos pedes longa vnum alta C. erunt enim duo quadrata CF. FD. tota igitur quatuor erit pedum. Sit ergo circulus OILM. cuius diameter ON. diuidatur bifariam in N. ex quantitate ON. quatuor circuli inscribantur, dico quatuor hos circulos toti æquales esse. Ratio ex superiori pendet: nam & circuli se habent ad quadrata, vt eorum diametri.

Cir-

Circulorum vacua metiri, quando maior minores contineat. Prop. 21.

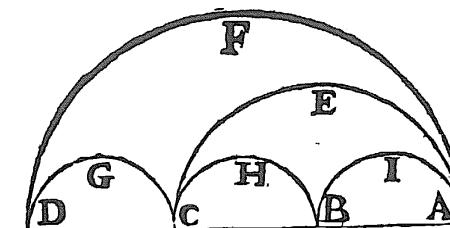


IT magnus circulus AEDHGC, cuius diameter AD, diuidatur in tres partes, & in eo fiat tres circuli AB, BC, CD, & supra duo alij, & duo infra inscribantur; nam sex circuli æquales intra vnum inscribuntur ex 15. 4. Euclid. & ex præcedenti totus circulus nouem circulos continebit: nam diameter trifariam diuisa est, sunt intus septem contenti, ergo omnia vacua duo erunt circuli cuius 3. pars erit scalprum EIF. cum suo residuo ILM.

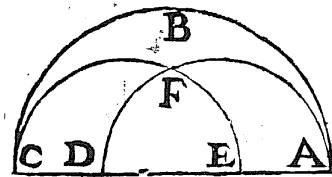


Arbilones per circulares figuræ metiri. Prop. 22.

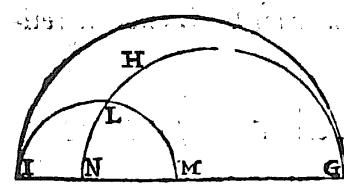
SIt arbilon primū AFDGCHBIA. inuestigādum quot circulos capiet, qualis AB. Ex præcedēti semicirculus AFD nouem capiet semicirculos qualis AIB si substuleris AIB, BH C, CGD, erit arbilon reliquum sex semi-



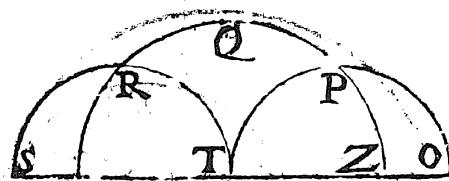
semicirculorum. Si querimus arbilonem AFCHBI, erit semicirculus AEC quatuor semicirculorum qualis AIB, demptis duobus AIB, BHC, erit arbilon duorum semicirculorum. Si querimus arbilonem AFDGCEA, erit ex iam dictis quatuor semicirculorum.



icit arbiloni in sua ABCF. Vel quarta pars dupli BEA. est æqualis semicirculo AFD. pars extera EFD est æqualis interiori corniculari angulo FBA.



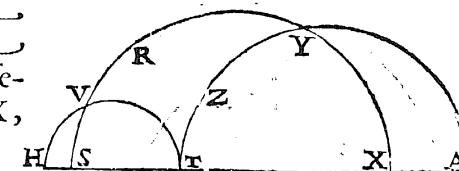
Idem eueniet in figura GHI: nam duo semicirculi GLN, & MLI. per secundam nostri capiunt aream continentis circuli GHI. Vnde duplatum MLN. est æquale arbiloni GHLIHG.



Potest etiam euenire, vt arbilon medium PQRT est æquale duobus extrinsecis circuli partibus OPZRS. ex superiori ratione.

Idem

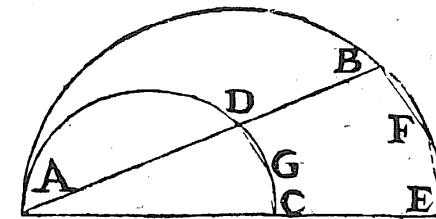
Idem eueniet in hac postrema, vt arbilon YZTVRY. sit æquale duobus circuli extrinsecis partibus AYX, SVH.



Siduo vel quamplures circuli in fine diametri se tangunt à contactus autem punto ducatur linea eos secans arcus secti inter se similes erunt.

Prop. 23.

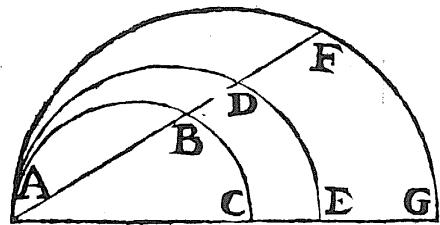
Sint duo circuli ABE, ADC se mutuo tangentes in fine diametri A, & ducatur recta linea ADB, secans arcus ADC, in D, & ABE, in B, qui quidem arcus bifariam secetur, quia anguli in circulo oppositi per 22, 3. duo æquales rectis duobus in 2. ergo angulus BGC, & BFE æquales sunt cum eodem BAC angulo iuncto.



Data circuli portione eam multiplicare, Prop. 24.

Sit data circuli portio AB, quam volo duplare & sit eius circulus ABC, & sit semicirculus ADE du-

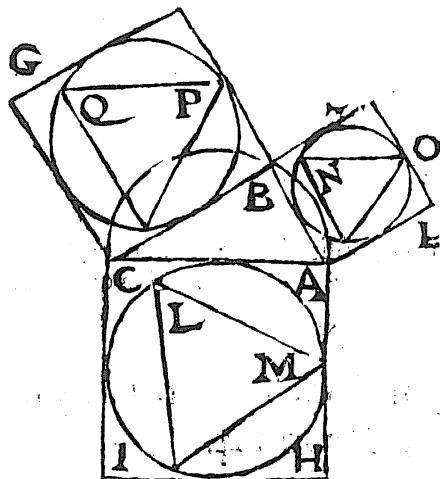
E 2 plus



tionem DA ipsius BA duplam, & FA ipsius BA quadruplam cuius ratio pendet ex anteriori.

Ex duabus portionibus similibus vna similem facere, vel subtrahere.

Prop. 25.



Jatus æquilateri trianguli. Portio ML erit æqualis iam dictis
duas.

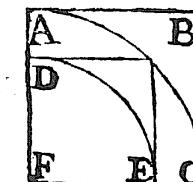
plus dati. Per primam nostri, linea A B trahatur longius in D, & si voluerimus quadruplare sit circulus A FG quadruplus & linea AD in F extedatur, dico portionem

duabus portionibus per ea quæ in 3. Euclid. probantur. Vel si ex ML voluerimus portionem P.Q. subtrahere, è recto quadrato AC, ac supra AC semicirculo descripto, ponatur latus quadrati B C, & eius latus B A latus quadrati portionem similem continentis. Et sic possumus ex pluribus portionibus vnam facere, & omnia illa, quæ de integro circulo retulimus.

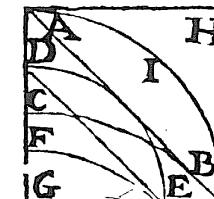
Datum semicuruilineum triangulum duplare, subducere, vel è duobus similibus vnum facere.

Prop. 26.

Sit semicuruilineum triangulum DGE, quod volo duplare, & sit circuli quarta pars FDE, fiat etiam circuli dupla pars, & sit AGC, circa eam quartam etiam quadrati partem circumscribo ABCF, dico triangulum semicuruilineum ABCG. duplum esse DGE. Quia quadratum ABCF duplum est DGFE inscripta portio proportionalis erit. Et sic subtrahere, & ex multis vnam facere poterimus ex supradictis.



Eodem modo triangulum DEG duplare poterimus, quod est æquale iam dicto: nam quadrati dimidium BH'A est æquale BAG, si dematur portio BIA, æqualis BCG. remanet triangulum BAG. æquale BHA, iam



dicto.

dico. Vnde si voluerimus prædictum EDF semicuruuileum triangulum duplare, duplato quadrante HABG, protractoq. diametro BA. circulus duplus BIA, qui erit BC descri- batur. Tunc ad hanc BC, & erit triangulum ABC duplum trianguli EDF.



IO. BAPT. PORTÆ NEAPOLITANI ELEMENTORVM CVRVILINEORVM Liber Secundus.

A X I O M A T A.

I.

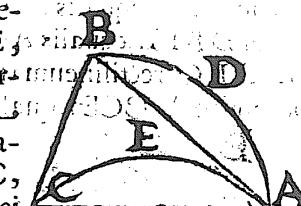
Si eidem addideris, quod prius demperis, quantitas æqualis erit.

II.

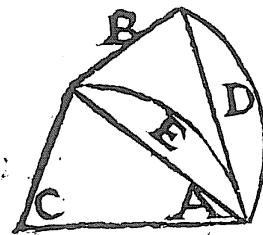
Si nota quantitas à nota subtrahatur, quæ remanet nota erit.

Triangulum semicuruuileum ex æqualibus, ijsdemq. circumferentijs compositum quadrare. Prop.

Esto triangulum quodpiam semicuruuileum ADBCE, æqualibus nimis ijsdemq. circumferentijs ADB, AEC, & rectâ BC basi constituta volo illud quadrare. Ducatur linea AB, & AC, aio aream trianguli semicuruuilinei ADBCE esse æqualem triangulo rectilineo ABC. Quoniam circumferentia ADB est æquals portioni AEC, ablata ADB, repositaq. in ABC æquale remanet triangulum rectilineum ABC semicuruuileum per primum axioma nostrum. Quidam similiter dicitur:

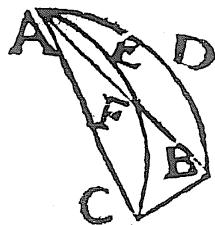


Vel

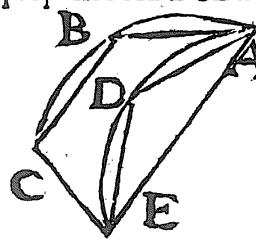


Vel fiat triangulum æquale rectilineum ABC, & sit AFC ex 22.1. Euclid. erit semicuruilineum triangulum ADBCE, æquale triangulo semicuruilineo AECF dempta communi portione AEC remanet rectilineum AFC triangulo semicuruilineo æquale ADBCE.

Alter Casus.



AT si triangulum ADBCE angustius erit, & portionis lineæ neutiquam intactas circumferentias relinquunt, sed per medium transibunt, eadem operatione idem assequi poterimus. Sed quo res dilucidior euadat, rem exemplo complectemur. Esto triangulum ADBCE, & circumferentia ADB æqualis sit AFC, trahanturq. rectæ lineæ AB, AC, & secet AB basis ADB circumferentiam AEC, aio rectilineum ABC æqualem semicuruilineo ADBCE. Quoniam portio ADB, æqualis est AEC dempta communi AEF, remanet ADBFE æqualis AFC, apponatur utriusque areola FBC, erit ABC rectilineum triangulum semicuruilineo triangulo proposito ADBCE æquale.

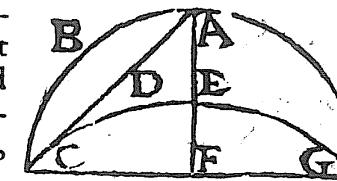


Vel ad eadem præstanta possumus easdem circumferentias in plures partes diuidere, nempe binas, ternas, quaternas, ut ABC circumferentiam in AB, BC, & ADE in AD, DE. Vnde exclusæ partes AB, BC, inclusis AD, DE erit area rectilinea ABCEDA æqualis semicuruilineo ABCEDA.

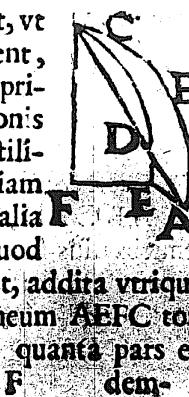
Trian-

Triangulum semicuruilineum ex varijs circumferentijs compositum quarum altera alterius dupla sit quadrare. Prop. 2.

E Sto triangulum semicuruilineum ABCDE cuius circumferentia EDC sit circuli dupli ipsius ABC. Sed EDC sit octaua pars circumferentiae sui circuli GEDC, circuli vero ABC quarta. Aio triangulum semicuruilineum ABCDE rectilineo inuestigari posse parem. Rem ita moliemur. Completa circumferentia CE, sit CEG, & coniungatur AC, mox portionem CEG diuidatur per medium, & sit diuisionis linea EF, dico triangulum AFC semicuruilineo triangulo parem esse. Quoniam tota portio ABC æqualis est dimidiae ECF, id propterea dempta ABC portione reposita EFC semicuruilineum ABCE, abiit in triangulum rectilineum AFC.



At si circulares lineæ magis cohærebunt, vt circumferentiarum bases introrsum se fecent, eadem erit operatio, & demonstratio, vt in prima propositione. Productis lineis portionis AC, & semiportionis EFC triangulum rectilineum AEFC semicuruilineo par erit. Quoniam spatia ipsarum portionum ABC, EFC æqualia sunt, ablata interiacente portione DC, quod reliquum est ABCD ipsi EDCF æquale erit, addita utriusque areola AED, erit totum triangulum rectilineum AEFC tertiæ semicuruilineo, ABCDE æquale, nam quarta pars ex-



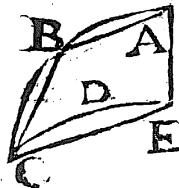
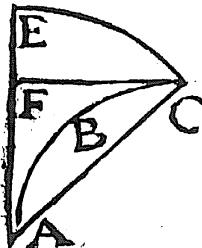
demptione abijt , tota ex repositione substituta est .

Vel potest transpositis lineis alio modo triangulum semicuruilineum constitui sit circumferentia dupli CDE retro CBA ante , tunc ex punto C. super basim AE cadat perpendicularis CF , & connectatur CA, & sic triangulum semicuruilineum ABCDE rectilineo FCA parem iri . Ratio in superiori .

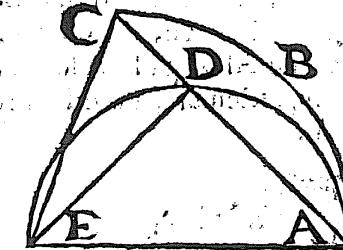
At si vt diximus ex varijs , & inæqualibus circumferentijs orbiculata triangula composita erunt , tunc mente concipiendum , si circulus duplus alteri sit , subdupli duæ circumferentia pars , vni dupli respondent , si quadrupli quatuor , & sic deinceps . Esto verbi gratia circuli dupli circumferentia EDC , & sit octaua sua circumferentia pars respondet duobus octauis subdupli circuli ABC . Diuidatur ambiens linea ABC bifariam in B , & trahatur AB, BC, EC , & erunt duæ AB, BC portiones , vni EC æquales , & sic vna EDC , duas illas AB, BC absument . Vnde si triangulum semicuruilineum duabus octauis circumferentia partibus decrescimus , AB, BC augemus vna EDC , & sic pari referemus .

Alter Casus .

Potest & aliter evenire ; sit triangulum semicuruilineum ABCED , & sit ABC quarta dupli circuli , & ADE semicirculus subdupli ; dico enim quomodo possit rectilineum triangulum æquale semicuruilineo facere . Trahaatur ex punto medium circuli ADE usque ad C , & sit linea ADC , & linea DE . Erit triangulum semicuruilineum ABCED æquale



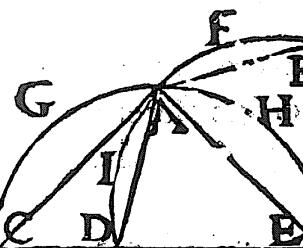
æquale rectilineo DCE . Quoniam portio ABC est dupla ipsius AD per 19. primi nostrorum , & huic nempe portioni AD æqualis DE . dematur dimidia pottio ABCD , addatur DE compar , remaneatq. communis areola DCEF , vtrique sic enim rectilineum triangulum DCE æquale semicuruilineo ABCED , & sic excessus vnius alterius defectu rependetur . Sic & in alijs notis circumferentijs quadruplicis quintuplicis eodem Methodo vti poteris .



Semicuruilinea triangula ad verticem constituta ex eisdem , & æqualibus circumferentijs , vel ex æqualibus nota quadrare . Prop. 3.

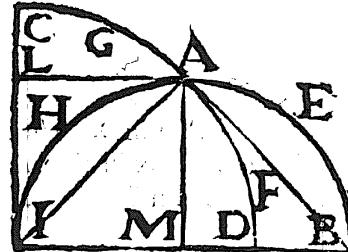
Si duo semicirculosæ triangula ad verticem constituta ex eisdem , & æqualibus circumferentijs fuerint ductis à vertice ad bases rectis lineis , erunt rectangula circulosæ equalia . Si primam huius libri leges non fecus esse inuenies , quā diximus .

Si acciderit , vt circumferentia ædem ad verticem sint inæquales , sed in id conueniant oportet , vt dextra interior sinistra exterior æqualis sit . Sint inæqualia triangula se inuicem decussantia BAE, ACD , segmenta sint æqualia ut BFA, AID , & EHA, AGC , tunc protractis rectis BA , AD ,



44 IO. BAPT. PORTÆ

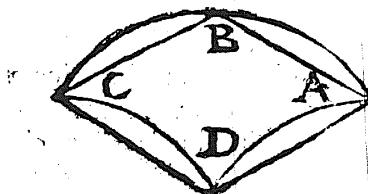
AE, AC, triangula rectilinea BAE, ADC, erunt circulosis æqualia BFAHE, AGCDIA. Quoniam segmentum BFA æquale est AID. Si BFA seorsum expellimus, & AID sua vice completemur, sic etiam reiçimus AGC feponimus EHA.



At si fuerint duo semi-curui linea triangula BEA-FD, & AGCIH constituta ad verticem A ex inæqualibus circumferentijs notis quarum DAC sit circulus duplus ipsius BAI. Trahanter duæ lineæ perpendicularares ex A ad CI. & sit AL, & AM ad BI. &

binæ aliæ rectæ BA, AI, dico rectilinea triangula ALI, ABM, simul iuncta æqualia esse. Semicurui lineis BEAFD, CGAHI. Quoniam periferia DAC est circuli dupli quarta, & BAI subduplus semicirculus, duæ semiportiones AFDM, AGCL, absument duas portiones BEA, AHI. demptis igitur BEA, AGCL, repositisq. AHI. AEBM, rectilinea triangula BAM, LAI, æquualebunt semicurui lineis iam dictis.

Curuilinea triangula ex ejisdem & æqualibus circumferentijs, & ex varijs notis quadrare. Prop. 4.

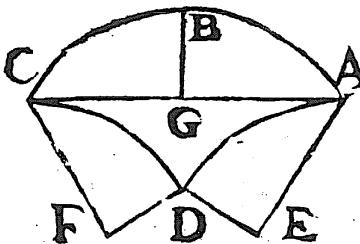


E Sto curuilineum triángulum ex tribus circumferentijs ABC, CD, DA, eiusdem curuis, sed ABC, dupla AD, DC constitutum quod quadrare intendimus. Dico protractis

45 ELEM. CVR VIL. LIB. II.

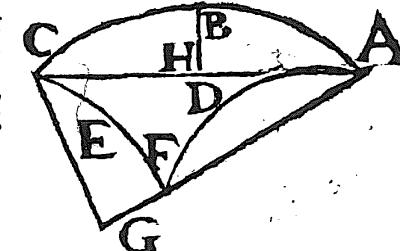
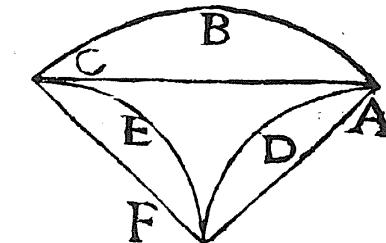
etis æqualibus subtensis AB, BC, CD, DA quadrilaterum, rectilineum ABCD, esse æquale curuilineo ABCD. Quoniam demendo portiones AB, BC, addendoq. AD, DC, quæ simul æqualia sunt voti compos fies, vel aliud dicimus.

Poterimus alio modo id assequi. Protrahatur linea AC, & binas AE, ED, & lineas CF, FD, vt semiportio AED sit æqualis ABG, & DCF, & ipsi BGC, nam duæ portiones dimidiatae ADE, CDF æquivalent vni integræ ABC. Vna hac dempta, his additis quod diximus euenerit.



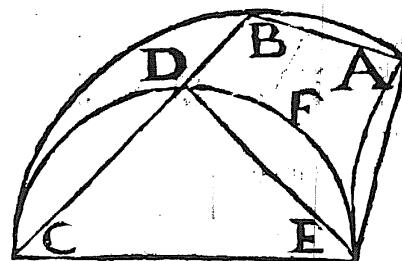
Eodem modo curuilinea triangula ex inæqualibus circumferentijs, sed alterius exempli causa sit dupla. Sit curuilineum triangulum ABC EFD ex inæqualibus circumferentijs, sed ABC dupla sit ADF, & FEC subtensis lineis AC, AF, FC erit quadratum nempe binæ portiones ADF, EFC æquipollent simplici ABC, vnde illa dempta, his additis triangulum rectilineum FAC æquipollit curuilineo proposito.

Potest contingere, vt triangulum constituatur ex varijs circumferentijs, & inæqualibus, vt FEC sit dimidia ipsius ABC, & ipsa ABC dupla ipsius ADF, sic facta semiportio-



tione CFG, æquali BHC, & subtensis A F portio ADF erit æqualis ABH. Vnde hac dempta, illis subditis triangulum rectilineum ACG erit æquale curuilineo ABCEFD.

Alter Casus.



tioni DGC per 19. primi nostri. Vnde dempto BHG-CD reponatur eius vice portio EFD æqualis DGC, & quia circumferentia AE est æqualis, & eadem ipsius AB, ablato AB reposita AE, trapezium rectilineum ABDE erit æquale proposito curuilineo triangulo ABHCG-DE.

Cyffoide triangulum ex æqualibus, & inæqualibus circumferentijs quadrare.

Prop. 5.

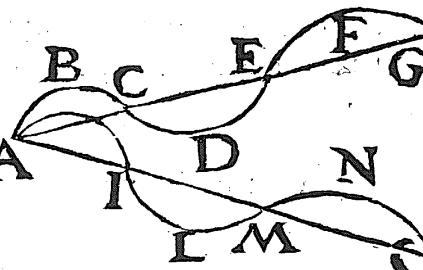
E Sto Cyffoide triangulum AFC ex tribus inæqualibus circumferentijs constitutum ABC, CDE, EFA curuilineum, & latera diuisa, & æqualibus circumferentijs con-

constituta, vt AB, sit æqualis BC, & CD, ipsi DE, & EF ipsi FA, vnde tractis lineis rectis AC, CE, EA, & demptis tribus circumferentijs BC, DE, FA, & alijs tribus repositis AB, CD, EF, rectilineum triangulum ACE æquale est cyffodi ABCDEF.

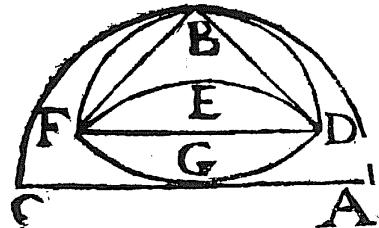
Sit quoque semi-cyffoide triangulum quadrandum ABCDEFGI LMNO, ex varijs circulorum circumferentijs, sed tamen binis semper oppositis æqualibus constitutum videlicet GFE maioris circuli circumferentia, quam EDC, & EDC maior CBA, sed tamen GFE æqualis ONM, & EDC, ILM, & CBA, AHI, si à punto A ad basim GO linea rectæ trahantur, totum assequeris, ratio pendet ex superiori.

Arbilonem quadrare. Prop. 6.

E Sto arbilon AH E C D B quadratum, quia portio AH est dupla AB, & AB est æqualis semi-portionis BGD, ergo ablata A B H, & reposita



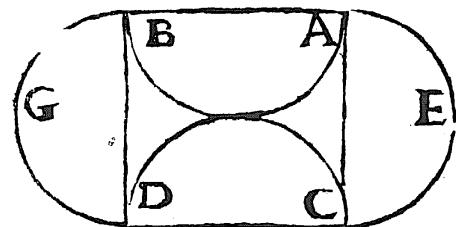
posita BGD, & ablata HCE reposita DCF, rectilineum GBHC F est æquale iam dicto arbilioni.



æqualis arbiloni DABGFBC, sed arbilon est æquale triangulo rectilineo DEF, ergo arbilon dictum triangulo DBF, est æquale.

Quadratum curuilineum quadrare.

Prop. 8.



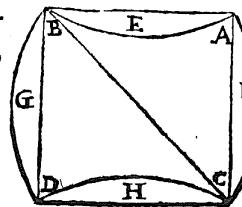
sunt quatuor semicirculi æquales inuicem, tollantur AE C, BG D, reponantur AFB, CFD, sic rectilineum curuilineo æquale erit.

Alter Casus.

Potest & quadratum alter fieri, ex quatuor etiam rectis angulis, ut diximus ABC. Quoniam portiones æqua-

sto quadratum curuilineum AFBGDFCE. trahantur quatuor lineæ ex angulis AB, BD, DC, CA, dico quadratum rectilineum ABCD curuilineo iam dicto præstabit. Quoniam

æquales sunt, & ex æqualibus circulis, ablatis portionibus AIC, BGD, repositisq. AEB, CHD rectilineum quadratum ABDC, curuilineo AEB GDHCA æquipollebit.

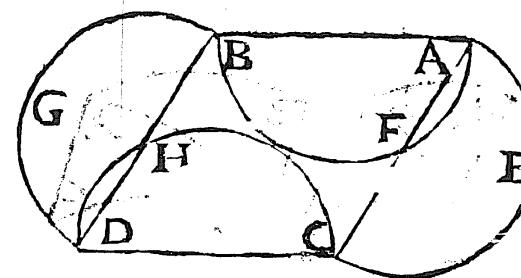


Corollarium.

Hinc patere potest quadratum curuilineum ex aduersis, & conuersis circumferentijs constitutum recta diameter bifariam secat, latus AB, lateri AC æquale est, & basis BC communis vtrique, ergo triangulum CAB triangulo BDC æquale erit: igitur bifariam secat, & vtrumq. ex conexo, & concavo æquali latere constat.

Rhombum curuilineum quadrare.

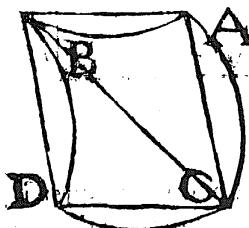
Prop. 8.



Et Rhombus curuilineus AFBG DHCE quadrabitur, ductis ex angulis rectis lineis AB, BD, DC, CA, nam demptis semicirculis AEC, DBG, repositisq. AFB, CHD, demptisq. portionibus HDCAF, rectilineum Rhombum curuilineo æquabitur.

G

Alter

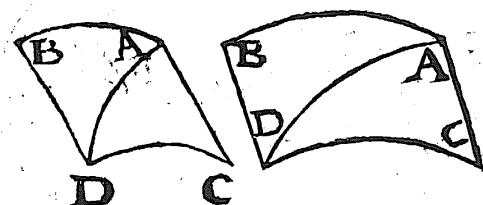
Alter Casus.

Potest esse Rhombus alio modo ex æqualibus circumferentij AB, BD, DC, CA, & quoniam portiones æquales sunt, duabus demptis AC, CD, totidem repositis AB, BD erit rectilineo æqualis.

Corollarium.

EIusmodi etiam Rhombos recta dimetiens æqualiter se-
cabit; nam hinc inde duo æqualia triangula consti-
tuent.

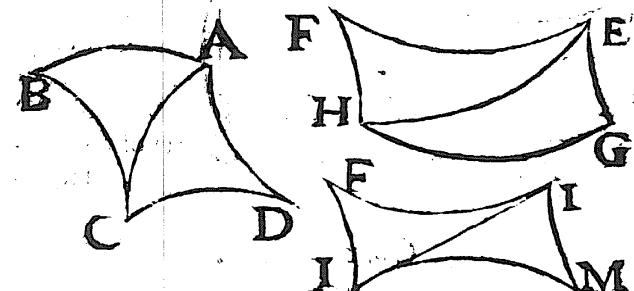
Rhombos, seu Rhomboides semicuruilineos
quadrare. Prop. 9.



Semicupulines Rhombus, & Rhomboides faciliter qua-
drabitur; nam portione una dempta, altera reposita,
æquales erunt curuilinei rectilinei.

*Corol-**Corollarium.*

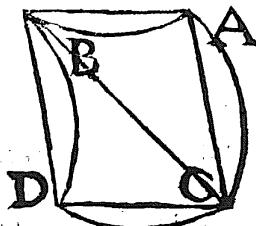
Sed in istis, qui ex isoscelibus triangulis semicuruilineis
constituunt curua diameter circumferentiae æqualis,
& eos bifariam secabit; nam in duo æqualia isoscelia trian-
gula dividuntur semicuruilinea, vt ABD, ADC.



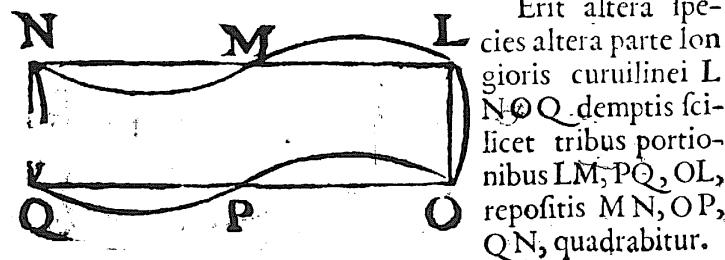
Possunt & alio modo Rhombos, & Rhomboides in Isosce-
libus triangulis constitutos ex tribus conuersis, & una auer-
sa diametro per medium diuidere, vt in Rhombo A B C D.
Rhomboides E F G H, cum diameter A' C, E' H eos bifari-
am diuidat in duo Isoscelia æqualia A B C, A C D, &
E H G, E H F, & in Rhomboides ex quatuor conuersis con-
stituto diameter recta etiam I L in duo semitriangula æqua-
lia diuidit ex oppositis angulis ducta.

IO. BAPT. PORTÆ

Altera parte curuilinea, & semicuruilinea quadrare. Prop. 10.

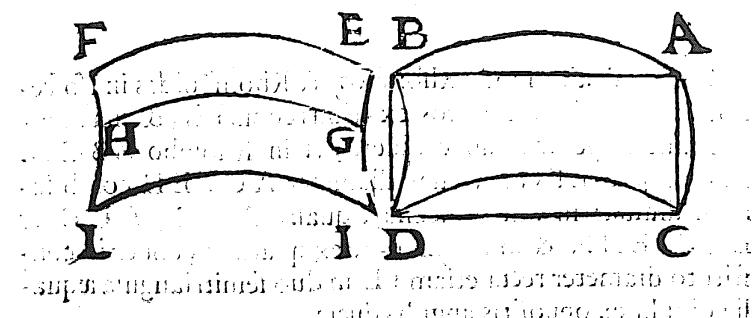


A Ltera parte longiora quadrabis omnia, vt quadrata, duobus semper portionibus oppositis ablatis, & repositis, vt in ABCD.



Erit altera species altera parte longioris curuilinei L N Q demptis scilicet tribus portionibus LM, PQ, OL, repositis MN, OP, QN, quadrabitur.

Corollarium.

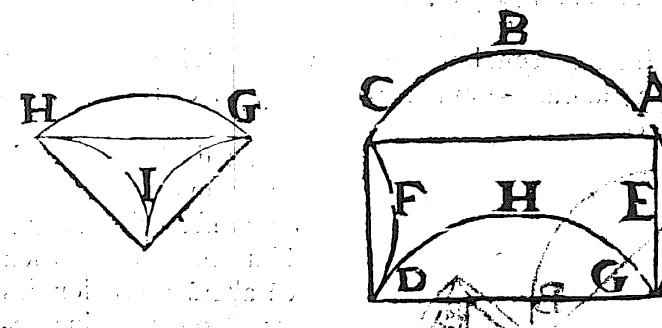
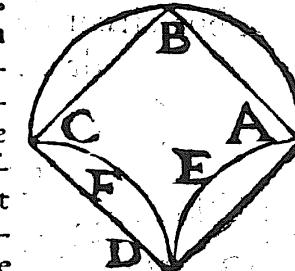


AT reliquas species diuides non dimetiente ex angulo ad angulum ducta, sed per medium vtrinque latera parallela, vt in E F I L, dimetiens G H.

Pe-

Peleces quadrare. Prop. 11.

Offunt peleces multifariam variare ex varijs circumferentij, & primo ex partibus, cuius partes circumferentia dimidij circuli A B C, aliæ duæ partes ex duabus quartis eiusdem circuli A E D, D F C, vt demptis illis, his repositis, rectilineum quadratum peleci æquale erit.



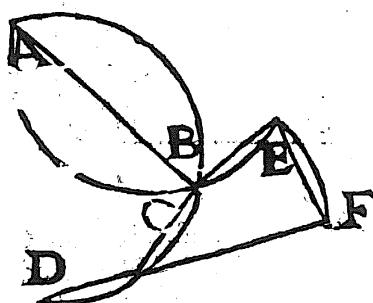
Potest & ex duplicis circumferentij constitui, vt sit G H quarta dupli, duæ vero quartæ subdupli G I, I H, quæ additæ rependent ablatum G H, eodem modo ex quadruplica evenient. Pelecis ex inæqualibus, sed eisdem circumferentij, & varijs, vt Pelecis G E A B C F D H quadranda portio A B C sit æqualis G H D, & D F C, G E A, demandur A B C, reponantur G H D, D F C, & erit quadrilaterum rectilineum A C G D æquale supradictæ Peleci.

Trape-

Trapezia curuilinea ex æqualibus, & inæqualibus circumferentijs constituta quadrare. Prop. 12.



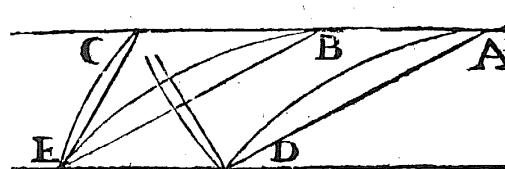
Sunt Trapezia curuilinea ex quatuor, vel pluribus circumferentijs constituta, vel omnibus inæqualibus, vel tribus, aut duobus, dummodo inter eas ita conueniant, ut tres, duæ, aut plures possint, quantum una, aut aliæ: nam sit portio AB C tripla, & sint tres æquales A H Q, Q F E, E D C, dematur maior, addantur tres minimæ, & coæquabitur rectilineum curuilineo.



At si Trapezium figuratum fuerit, ut ijsdē circumferentijs, & æqualibus constituatur, sed cū alterū altero longius sit, & quantum in altero deficit in altero superfit, minus addatur superfluo, & fiat æqua compensatio. AB duxæ portiones demantur, addantur duobus alijs BC, CD, & quia pars EF superabit, deficit vero EB, huic addatur illius vice, sic rectilineum BEFD CB curuilineo æquabitur.

Trian-

Triangulum Isoscele curuilineum, & parallelogrammum semicuruilineum in eadem basi constituta, & eisdem parallelis, parallelogrammum triangulum duplum erit, & rectilineis æqualia erunt. Prop. 13.

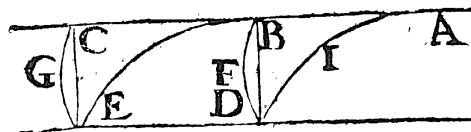


Sit triangulum Isoscele semi-curuilineum DCE, & parallelogrammum semicuruilineum ABDE in eisdem parallelis ACDE dico parallelogrammum in eadem basi, & eisdem circumferentijs constitutum esse triangulo duplum. Quoniam portio DC ipsi CE æqualis, dematur EC, addatur DC, erit triangulum rectilineum DCE curuilineo æquale. Et quia portio AD ipsi BE æqualis, dematur BE, addatur DA erit rectilineum parallelogrammum ABDE semicuruilineo æquale, sed rectilineum A B D E triangulo DCE duplum est; quia in eadem basi, & eisdem parallelis constituta per 41. 1. Eucl. ergo parallelogrammum rectilineum curuilineo triangulo duplum.

Parallelogramma semicuruilinea in eadem basi, & æquidistantibus circumferentijs constituta, & inter parallelas æqualia sunt. Prop. 14.

Sunt duo parallelogramma BFD CGE, & AIDBHE in eadem basi DE, & in eisdem parallelis rectis AC,

DE



D E constituta, dico inuicem esse æqualia: trahantur rectæ A D, B E, E C, quia pōtio BFD est equalis CGE dematur CGE, reposatur B F D, rectangulum parallelogrammum curuilineo æquale. Idem dicendum de altero parallelogrammo AIDB-H-E curuilineo æquale est rectilinco ADBF, & quia parallelogramma rectilinea in eadem basi, & eisdem parallelis constituta ad inuicem sunt æqualia per 36. i. Euclid. Idem & de parallelogrammis curuilineis dicendum.

Parallelogramma curuilinea, & semicuruilinea cum æqualibus basibus, & eisdem circumferentijs, & eisdem parallelis constituta inuicem sunt æqualia.

Prop. 15.



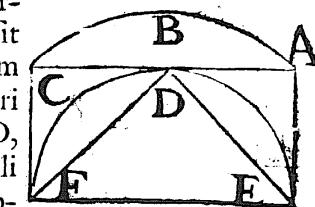
Sint duo parallelogramma semicuruilinea, & æquidistantibus circumferentijs AH, GB, & CF, DE, & æqualibus basibus constituta FE, GH, & in eisdem parallelis A D, H E dico esse inuicem æqualia, trahantur rectæ AH, BG, CF, DE, AF, B E, quia A H portio æqualis est B G, dempta A H reposita BG, erit rectilinum AHBG curuilineo æquale, & idem de alio CFDE, sed rectilinum AHBG curuilineo æquale, & idem de alio C F D E, sed rectilinum CFDE in eadem basi cum rectilinio ABFE, & ABFE in eadem cum A H B G, ergo inuicem æqualia per 16. i. Euclid. ergo &c.

Paral-

Parallelogramma semicuruilinea in eisdem parallelis constituta, & ex diuersis circumferentijs videlicet duplis dari possunt rectilineis æqualia.

Prop. 16.

Sit parallelogrammum semicuruilineum EABCDFDE, & sit portio CBA dupli, subdupli autem semicirculis FD, dico quadrari posse, trahatur linea CA, & FD, DE, quia due portiones subdupli FD, DE valent quantum una subdupli CBA, dematur CBA, resonantur duæ subdupli FD, DE, rectilineum EACFD valet quantum semicuruilineum.

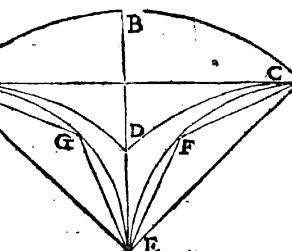


Triangulum tricuspidale quadrare.

Prop. 17.

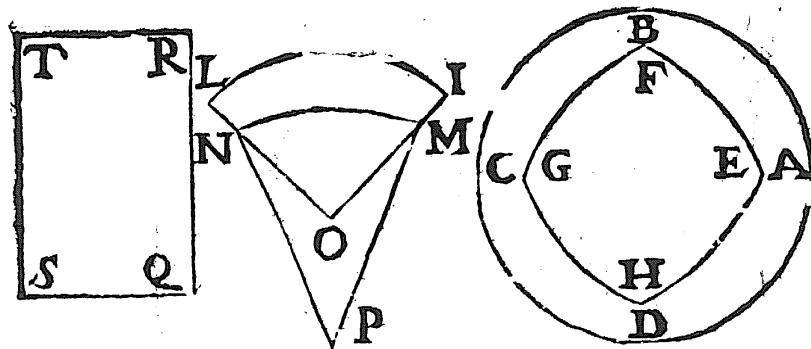
EX quarta nostri secundi representetur figura ABCFEG, à medio AC trahatur linea BE, & linea EB figurietur in linea BE, linea CD ex eadem dupli circumferentia idem ex altera parte, dico triangulum tricuspidale ADCFEGA quadrari. Posse diuidantur EC, EA bifariā in FG, & trahātur lineæ EF, FE, EG, GA, sic, & linea DC, DA, quia DC portio est octaua pars sui circuli, portiones EF, GC dux octauæ subdupli æquipollent vnam dupli, sic eam denuo, has addendo,

H do,

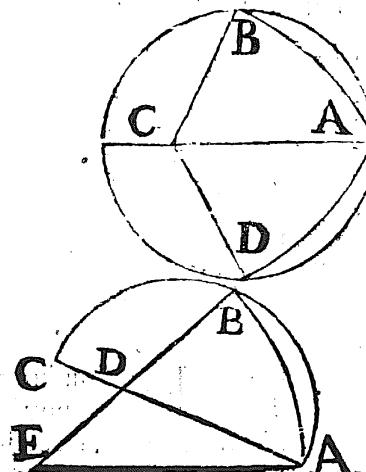


do, trapezium EFCD rectilineum respondet curuilineo EFCD, idem de alia parte dicendum, & multifariam potest euenire.

Coronas quadrare. Prop. 18.



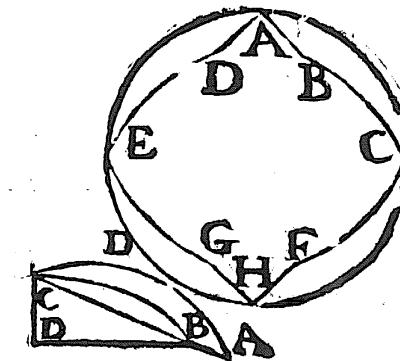
It quadranda Corona ABCDEFGH, pono eius quadrantem ILO, & ibi comparem octauā partem circuli dupli MNE, tollatur cōmune MNO, remanet tricuspidale triangulū quadrilaterū MONP æquale quartē parti coronæ IMLN, quæ æqualis ABEF, quadruplicetur cuspidale triangulū, & erit ipsius ar ea QRST æqualis coronæ proposte.



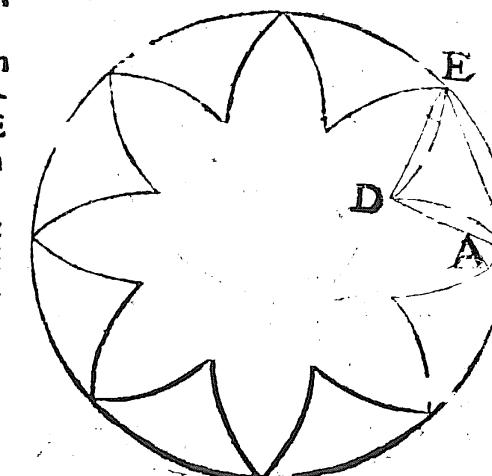
Eodem modo quarta pars semicirculi dupli ABE absunit dimidium circuli ABC subduplicum, tollatur commune triangulū ABD, remanet ADE triangulum rectilineum æquale Lunæ AB, & circuli BD C, quo duplato æquipollet coronæ ABCD.

Sit

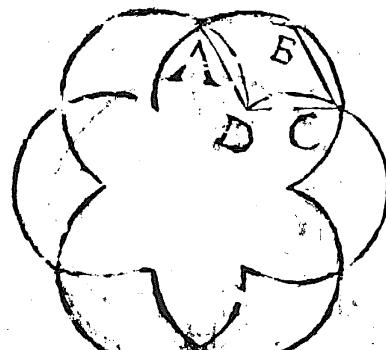
Sit portio ADCB, æquipollet dimidiæ duplae BCD, tollatur communæ BC, remanet triâgulum BCD æquipollens semilunulæ ABD, sic quatuor triâgula BFGD absunt coronam CBADEGHF.



Per quartam nostri secundi quadratur triangu-
lum curuili-
neum ADE per rectilineum quadrangulum ABCD, sex
igitur eiusmodi quadragula rotam coronam
absorbent.

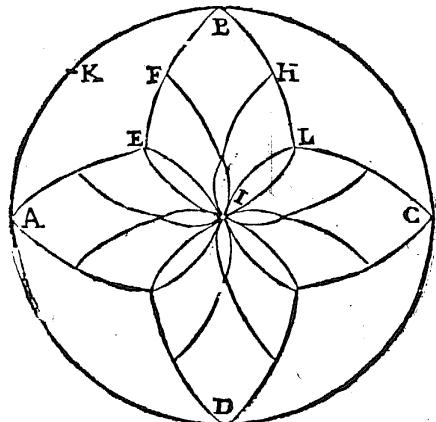


Eodem modo alia coronæ species quadratur, & ita eius pars AED, cuius maior circulus AE sit duplus AD,
H & & sit



& sit AD octaua pars sui circuli, & AE sui circuli, duæ igitur portiones AD, DE æquipollent vni maiori: ideo igitur eiusmodi triangula respondent proportionæ coronæ.

Corona semiquadranda.



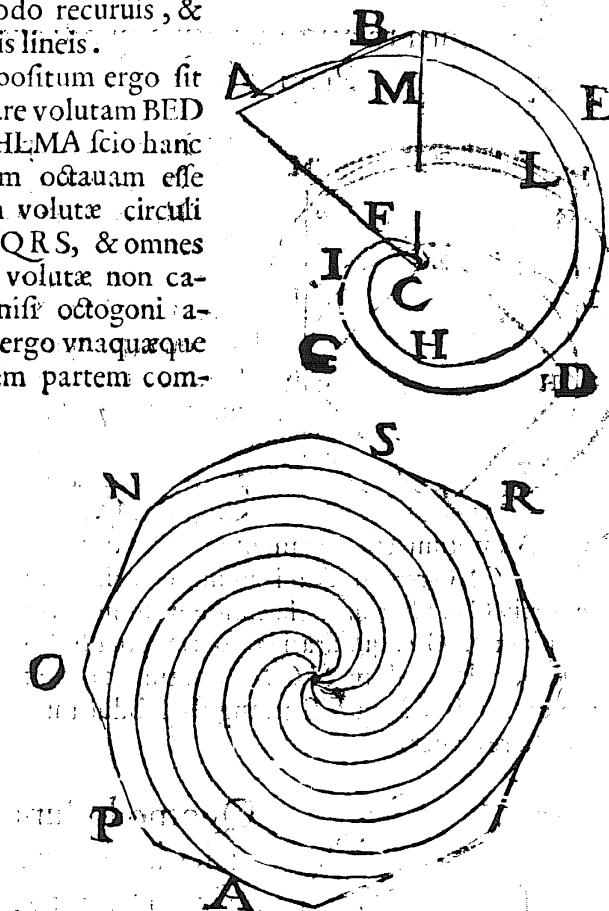
EI , tolle, & repone nota erit pars illa, remanent ergo 4. portiones IG .

Volutas omnifarias quadrare. Prop. 19.

Est voluta figuræ species in coelestis modum sinuata, cuius anabens perpetuo flexu ducitur binis in se quodammodo

dammodo recurvis, & refractis lineis.

Propositum ergo sit quadrare volutam $BEDGIFCHLMA$ scio hanc volutam octauam esse partem volutæ circuli $NOPQRS$, & omnes circuli volutæ non capiunt nisi octogoni area, ergo unaquaque octauam partem com-

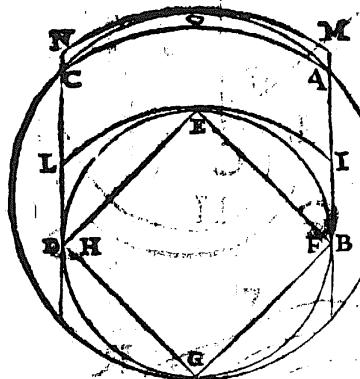


pletitur: una igitur volutæ pars est $BEDGIFCHLMA$ est octaua circuli pars, & octaua circuli pars est triangulum ABC , ergo tota proposita voluta quadrata triangulo metitur. Possimus, & hoc modo cysloidem triangulum etiam quadrare, quod vidimus in 5. propositione huius.

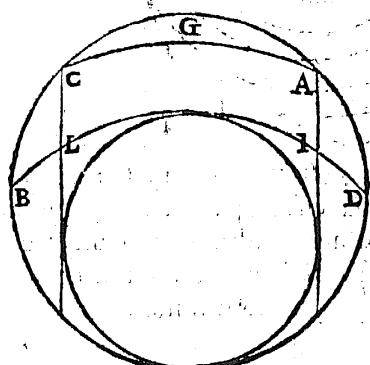
Curui-

Curuilinea triangula aliqua quadrare.

Prop. 20.



It: circulus duplus AM-
N C, subduplicis vero
EFGH, seq. in puncto con-
tingant G absindantur à
duplo: duæ portiones qua-
drati CN, AM; & à subdu-
plo: quatuor quadrati E F,
FG, GH, HE remanent vac-
ua CDEBA, BMG, GNH
æqualia quadrato E F, G H
puncto E; ducatur parallela
CA, & sit LO quadrangu-
lum CLAI notum est, remanent quatuor triangula LDE,
EIB, AMO, CNO puncto dupli circumferentia ducatur MN,
& ex punctis CA alia parallela eiusdem circumferentiae CA,
dico lunulam COA quadrari posse triangula NCO, OAM
nota sunt, quadrangulum NCMA notum, quia ex paral-
lis circumferentia, à quo si triangula subducantur COA
lunula nota remanet.



Quomodo lunæ cor-
nicula quadrari pos-
sint. Prop. 21.

R Emaneat superior de-
scriptio, & in semicir-
culo BGD describatur
dupli circumferentia BLID
à punctis BD, lunula igitur
BG-

ELEM. GVRVIL. LIB. II. 63
BGADILB nota est, lunula parua nota est CGA, qua-
drangulum CLAI notum etiam ex anteriori, remanent ergo corniculi CBL, AID etiam noti.

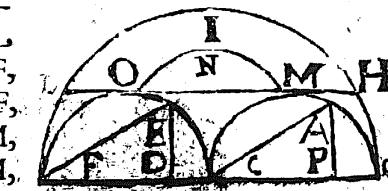
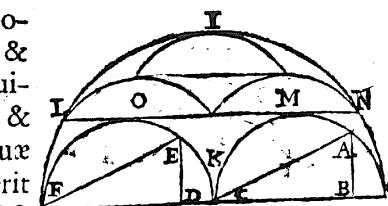
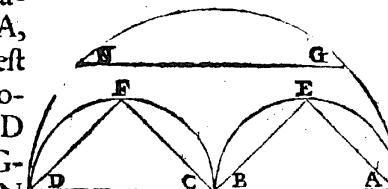
Trapezia multa curuilinea quadrare.

Prop. 22.

P Osumus quadrare Tra-
pezium AGNDFCBEA,
quia semicirculus AGND est
quadruplus AEB per 20. no-
stri, duo semicirculi AEB, CFD
valent quantum arbolon AG-
NDCBA, dematur portio GN
quarta circuli pars, & 4. portiones AE, EB, CF, FD, rema-
neant duo triangula rectilinea AEB, CFD æqualia trapezio
curuilineo iam dicto.

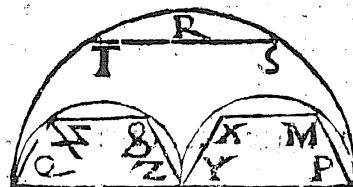
Eadem ratio erit in tri-
gono. sit trigoni portio LIN, &
duo circuli FED, CAG, à qui-
bus duæ portiones FE, CA, &
duæ dimidie ED, AG, quæ
vnam integrant, altera erit
OIM, arbolon FLINGMCO
valet duos semicirculos, à quibus si tres Dempseris portiones,
tres item ab arbolone, vacua FLO, OKM, MNG, NMI, IOE
valent duo trigona FED, CAB.

Eadem ratio erit in exa-
gono, & trigono, nam in
trigono in circulo GHILF,
duo trigona APC, DEF,
æquipollent tacuis GHM,
MOC, OLF, HILONM,
& in exagono PSRTQ,

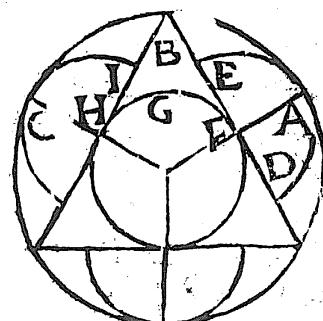


duo

IO. BAPT. PORTÆ



duo semiexagona P M X Y,
& Z Q X M, valet vacuum.
P S T Q Y Z, in linea H L,
tangens circumferentiam cir-
culorum est latus trigoni æqui
lateri per 12.13. Eucl.



Circulus A B C, est qua-
druplus D A E, ergo pars ter-
tia circuli A B C, quæ est
A B C, est vnius circuli, &
tertiæ partis, pars eius tertia
est F G H, reliquum ergo erit
corona A B C H G F dema-
tur dñq. quadrantes circuli
A E F, C H I, remanet va-
cuum A E F G H I C B A, quan-
titatis dimidij circuli, & quia



octaua pars circuli maioris, valet quatuor minoris dematur
portio B ex maioris, & 4. 8. ex minori L M, M N, N O, O P,
ergo rectilineam LMNOP, valet trapezium A E F G H I C B A.

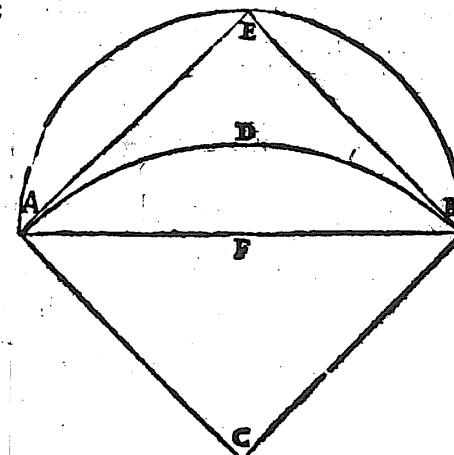
65
IO. BAPT. PORTÆNEAPOLITANI
ELEMENTORVM CVRVILINEORVM

Liber Tertius.

In quo de Circuli quadratura agitur.

Lunulam ex dupla, & subdupla proportione
quadrare. Prop. I.

D Escripto duplis
circuli quadrâ-
te his characteribus
distinguatur ADBC,
cuius subtensam A B,
scinde bifariam, & pun-
ctus scissionis adamus-
sim medius F char-
acterे sortiatur, in quo
circini pede infixo ex
FA interuallo circum-
ducto semiambitum
subdupli AEB ducito,
aio triangulum recti-
lineum ABC interceptæ lunulæ areæ AEBD æqualem esse.
In medio periferiæ subdupli E punctus instituendus, & ab
vtraque circuli extremitate A B lineæ excurrant usque ad E,
ibique mutuo concurrant, quia dupli portio A DB F quarta
sui circuli pars valet quantum duæ subdupli portiones A E,
E B, etiam sui circuli pars quarta (per 20. primi nostri) ideo
I sub-



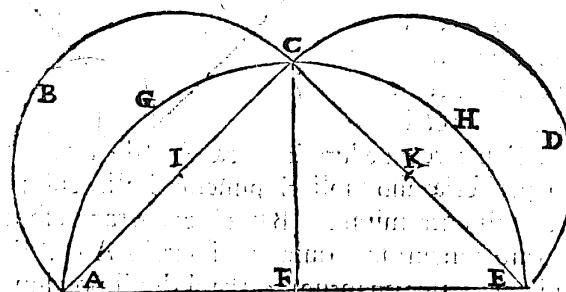
subductis portionibus AE, EB, apposita ADB (per primum axioma nostri secundi libri) triangulum ABC valet quantum lunula AEBD, quod erat demonstrandum.

Hippocrates hoc aliter probat in primo Physicorum Aristotelis, quia quadrans dupli ADBC valet quantum semicirculus subdupli AEB, abscissa portione communi ADB; quæ inter utrumque interiecta est, remanet trimetrum ABC æquale lunulae AEBD, quadrandæ.

Consectarium.

Ex hoc circumferentia dupli transfibit semper per extremitates diametri subdupli, quod in alijs non evenit; quia angulus in semicirculo AEB rectus est (per 3. Euclid.) quadrata AE, EB æqualia sunt quadrato AB, & quadrantis dupli angulus ACB etiam rectus est, ergo quadrata AC, CB æqualia sunt quadrato AB, ob id recta linea subtensa quadrantis dupli eadem est cum diametro subdupli.

Duas lunulas æquales in dupla, & subdupla proportione exaratas seorsim quadrare. Prop. 2.



Eodem modo hoc commodissime absoluemus. Esto circulus

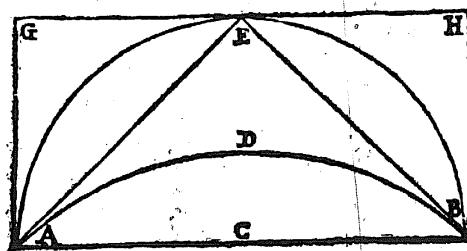
culus dupli ACE, & diametri extremitatibus AE binæ lineæ in medium círculi anfractum excurrant, & vbi mutuo contactu angulum efficiunt, illuc C litera exaretur. Subtenſæ AC, CE in medio ductu præcidantur, præfixis literis IK, mox assumpto circino ad rem commode proferendam, pede uno in I infixo subsistente IA interuallo linea circumducatur usque donec ad alteram extremitatem C perueniat, inuariatoq. círcini pede K puncto compari linearum perscriptio- ne círculi semianfractum designet ADE. Hoc peracto pun- eto F lineæ in plano iacentis perpendicularis extollatur, quæ in cuspidे curuaturam C contingat, aio lunulas ABCG, CDEH, æquales esse trimetro ACE. Quotiam círculus ACE duplex est ABC, CDE, ergo semicírculus ABC, CDE æqualis sunt semicírculo ACE, amputentur duæ communes portiones AGC, CHE, residua rectilinea triangula ACF, FCE æqualia sunt lunulis ABGC, CDEH vel modo, quo supra præcepimus triangulum dupli AGCF æquale est semicírculo ABC, & triangulum FCH E æquale semicírculo CDE, subductis communibus portionibus AGC, CHE, triangulum ACE, est æquale duobus lunulis ABGC, CDEH.

Consectarium.

Antequam ultra progrediar consentaneum duxi adnotandum angulum rectum ACE bifariam dissectum in C ex (per 8. 6. Euclid.) EC, ad CA rationem habet ut EF ad FA, & sic triangulum CFE ad triangulum CAF (per primum 6. Euclid.) & quia æqualia sunt, lunulae quoque æquales sunt.

Vacans spaciū, quod intra figurās omnes
notas interuenērīt quadrare.

Prop. 3.



Recta linea AB dirigenda est, & ab eius umbilici medio punto C semiorbis circumdendus est AE_B, completo semiorbi ACB, lunula complenda est more

AEBD, mox laterales lineæ erigendæ ab extremitatibus AB sunt, & medio eius punto E superior linea exaretur ipsi AB æquidistant, ut vltro, citraq. semicirculum tangant, etiam hisce lateribus parallelogrammum exprimant AGHB, demum ab extremitatibus AB, medio punto E transuersas lineas fortiatur AE; EB. Quoniam parallelogrammum GABH semicirculum continet, & est sui quadrati dimidium, semicirculus lunulam continet AEBD, & lunula AEBD suo triangulo AEB æqualis est, & triangulum AEB sui parallelogrammi dimidium est, ergo interceptæ areolæ AGE, EHB, ADB, quæ lunulam AB ambiunt, æquales sunt ipsi lunulæ areolæ, ergo sui amplexantis parallelogrammi dimidium sunt.

Consectarium.

Ex hoc perspicuum est lunulam sui quadrati partem esse quartam; nam si lunula sui obseptentis parallelogrammi dimidium est, & parallelogrammum sui quadrati dimi-

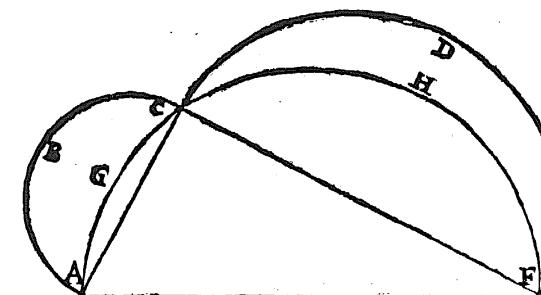
ELEM. CVRVL. LIB. III. 69

dimidium; igitur lunula sui quadrati dimidium erit.

Vel si cuiuscunq; figuræ notæ vacua quadrare velimus modo supra cognito nota figura circumclaudatur, quam si à nota subtrahes, optato potieris ex secundo axiomate (secundi nostri) sit gratia exempli pelecis HEIGO F s̄epienda suo parallelogrammo ABCD, quam ab ipso seduces, sic inclusæ areæ HAE, EBI, IGOD, OCHF residuum innotescet.

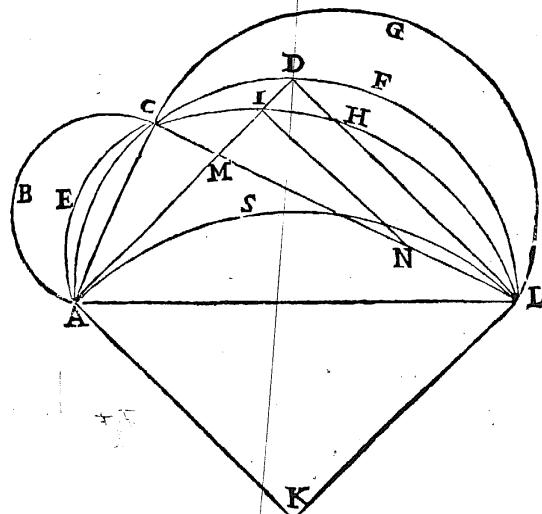
Duas quascunq; lunulas inæquales in semicirculo fitas simul quadrare.

Prop. 4.



Triangulum rectilineum in semicirculari linea definiri debet, quod tribus notis distinximus ACE, supra eius latera semicirculi incubabunt ABC, CDE, quibus congruens area adinuenienda est, inquam angulus ACE in semicirculo rectus est, & bini semicirculi ABC, CDE æquales sunt semicirculo AGCHE ex eis, quæ supra habita sunt, reiectis communibus portionibus AGC, CHE reliqtæ semilunulæ ABCG, CDEH residuo triangulo ACE rectilineo æquiparantur.

At



At si perfectæ fuerint lunulæ quocunq. modo inæquales, semper orthogonio à circuli medio ad substratam basim deducendo æquales erunt. sit iacens linea AL, supra semicirculus struatur ACFL, ab extremitatibus AL orthogonium quocunque struatur triangulum A CL, cuius laterum duæum rectum angulum in C constituant supra latera AC, CL. Ambientes semicirculi consurgant ABC, CGL, & in eis perfectæ lunulæ ex more designentur ABCE, CGLH. His perfectis in verticis sinuosæ lineæ punto D ab diametri extremitatibus AL duo latera consurgant, vt orthogonium triangulum ADL constituant, aio dictas perfectas lunulas ABCE, CGLH, in circulo ACDLF descriptum semper dicto triangulo ADL æquales esse: Quoniam lunulæ ABCE, CGLH æquales sunt triangulo orthogonio ADL semper ex secunda huius.

Potest & alia probandi ratio suscipi. Triangulo ADL super lineam AL descripto, aliud triangulum æquale infra lineam AL designetur, & sit ALK, & punto K circini pede fixo,

fixo altero yago in A collocato sinuosa linea ducatur usque ad L. Quoniam duæ lunulæ perfectæ ABCE, CGLH æquales sunt vni lunulae ASL (ex prima huius) & lunula ACDFLS est æqualis triangulo AKL, quod idem est cum triangulo ADL.

Consectarium.

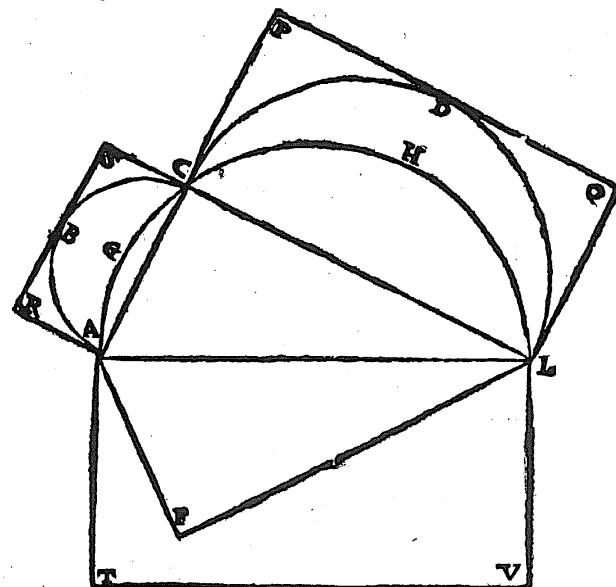
EX hoc animaduertendum imperfectæ lunule quanto magis à semicirculi vertice declinant, tanto minores fieri, vt in triangulo ACL videre est, quod triangulo ADL minus est, & qui defectum conspicere quæsierit, triangulum ACM à triangulo MDL subducatur hoc modo, à linea MD, linea MC præcidat, & à linea ML lineam MA obtruncet, & lineam MN ducat, triangulum MIN æquale erit ACM, reliquum triangulum IDN erit quantitas lunulæ IDML, dempla lunula AEC.

Vacua inter lunulas intermissa quadrare.

Prop. 5.



T vero interuenientia vacua circa lunulas si quadrare quæsieris, ita quadrabis. Esto minor lunula ABCG, maior CDLH imperamus semicuruilinea triangula inania inter illas, in rectilineas figuræ reddere scilicet CPD, DQL, CHL, ARB, BSC, AGC, circumscribantur parallelogrammata tangentia earum ambientes lineas PQCL, ARSC, & fiat alterum parallelogrammum ex binis AL, TV, & sit ALTV, & fiat triangulum ACL æquale AFL (per 31. primi Euclid.) quibus ita dispositis vacuum vacuum circa ATVLF æquale esse impetratis va- cuius.

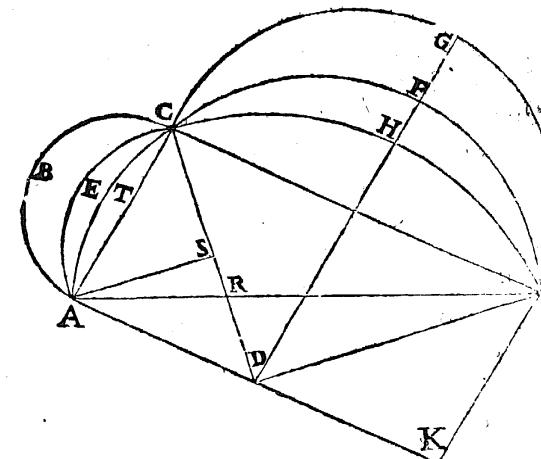


constitutione, & triangulum ACL est æquale lunulis CDLH, & ABCT, ergo si triangulum AFL à parallelogrammo ATL V abstuleris, reliquum vacuum ATVLF erit æquale interiectis vacuis iam recensitis.

Duas lunulas inæquales in semicirculi ambitu descriptas seorsum quadrare.

Prop. 6.

ST O rectangulum triangulum ACL, cuius porrectius latus CL sit duplum exilioris AC, & circumferantur lunulæ ex more, quibus adiace suas literas indices CGLF, & ABCT, mox parallelogrammum constituatur ex lateribus



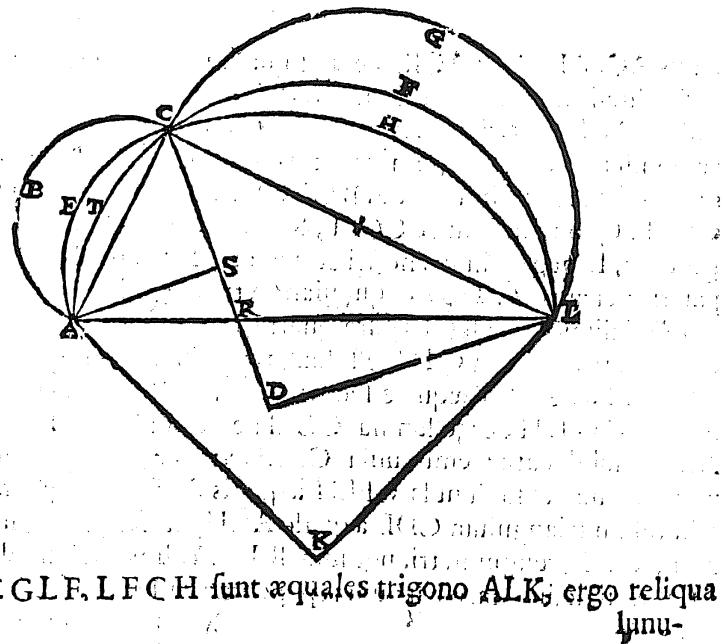
ribus AC, CL, & fit ACKL, & fiat quadrans circuli CDLH, & subdupli AECS, nos rationem reddituri, lineam CR triangulum ACL partiri taliter, vt anguli compates mutuoq correspondentes, & æquales sint, vt ACR par sit RDL & triangulum ACR par sit lunula ABCI, & triangulum CRL ipsi CGLF. Quoniam lunulae CGLF, & ABCT pares sunt triangulo ACL quarta huius nostri adiuuante, & triangulo ACL par trimetrum CDL, quoniam utrique sui parallelogrammi dimidium est (vt figura quarta huius demonstratum est) ergo triangulum CDL est duabus praesignatis iam lunulis CGLF, & ABCT æquale, sed triangulum CDL est æquale lunulae CGLH, ergo lunula CGLH est æqualis CGLF, & ABCT suuducatur semilunula CGLF, ut potè utrique communis, remanet sublunula CFLH æqualis ABCT, & quemadmodum triangulum CDL æquale ACL, subducatur commune CRL, reliquum triangulum RDL reliquo triangulo ACR æquale, lunularū partium representantia, sequitur triangulum

K gulum

gulum RDL esse æquale sublunulæ CFLH, & triangulum ACR æquale lunulæ ABCT, à quo si triangulum ACS subtrahatur, æquale lunulæ ABCE (per primam huius) remanet subtriangulum ASR imæ lunulæ AECT par, quod erat demonstrandum.

Vel hoc modo si triangulum ACL æquale est lunulis ABCT, CGLF, compleatur triangulum CRL, & compleatur perfecta lunula, que sit CGLH, ergo addita pars trianguli RDL æqualis erit additæ lunulæ CFLH, sed pars trianguli addita RDL æqualis est triangulo ACR, vt vidimus, & par est lunula ABCT lunulæ CFLH.

Vel hoc modo. Tres lunulæ ABCE, CGLF, AECT sunt æquales trigono ACL, & duæ lunulæ CGLF, CFLH trigono CDL, ergo omnes quatuor iam dictæ lunulæ sunt æquales duobus trigonis ACR, & CDL, sed tres lunulæ ABC, E



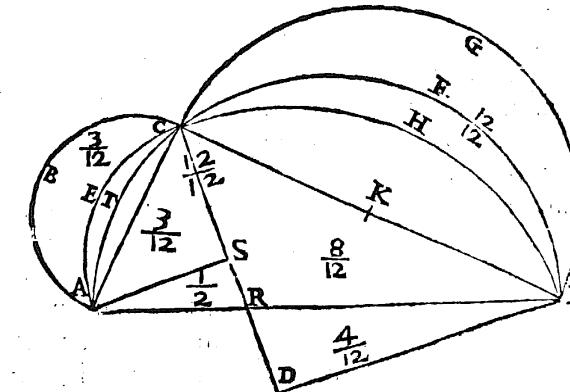
CGLF, LFCCH sunt æquales trigono ALK, ergo reliqua

lunula AECT est æqualis trigono ASR, quod queremus.

ELEM. CVR VIL. LIB. III. 75
lunula AECT est æqualis trigono ASR, quod queremus.

Vel tres lunulæ ABC, AECT, CGLF æquales sunt trigono ACL, & trigonum CDL æquale lunulæ CGLH, tolle triangulum CDL æquale iam dictæ lunulæ CGLH, reliquum triangulum ACR lunulis ABCE, AECT æquale est, tolle lunulam perfectam ABC sub lunula AECT sub triangulo ASR æqualis erit, quod erat demonstrandum.

Trianguli in circulo descripti angulo per medium disciso, & lunulis à circulo medio diuisis, proportio partis maioris trianguli ad minorem, est sicut superior pars maioris lunulæ ad inferiorem, & superior eadem pars ad minorem lunulam, & superior pars trianguli ad inferiorem sequitur eam fuarum lunularum. Prop. 7.



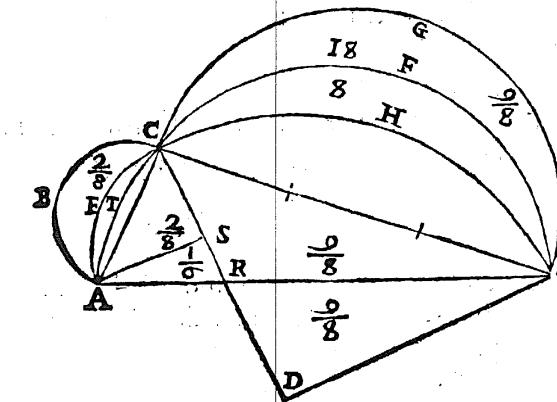
Priusquam ad diuersarum partium rationem lunularum

K 2 descen-

descendamus, admonitione dignum censemus, quod cum ab
æqualitate duarum lunularum descendimus, quam (in secun-
da parte) vidimus, quantum maior crescit, tantum altera de-
crescit, & ex alterius defectione altera augmentū suscipit, &
circulus ille, qui per medium vtriusque percurrit, à maiori
semicirculo subripit, & minori addit, sed id non temere, sed
certo se superant excessu, vt ratio majoris superioris lunule ad
inferiorem eadem sit, quam majoris superioris trianguli pars
ad inferiorem, & ratio majoris superioris lunule ad totam
minorem, vt ratio partis trianguli anterioris ad posteriorem
eandem sequuntur analogam, & vtraque vtriusque rationem
sequitur, vt exemplis patebit. Triangulum rectangulum strue,
cuius angulis appinges literas A CL, productius latus CL in
duas partes, angustius in vnam partiri. In puncto bifariae
scissionis lateris CL signa K, ex quo, & interuerso CK
circinationis arcus exaretur, cui suas indices literas applica-
bis C G L, eodemq. ordine signa A C suum arcum delineas
ABC, mox triangulum maioris circuli C G L constitues, & sit
C D L, & minoris ABCE, sit ACS supra succumbentem om-
nium basim AL, medius circulus flectatur A C F L, dico lunu-
lam superiorum maioris circuli C G L F ad suam inferiorem
CFLH, eandem habere rationem, quam superior pars trian-
guli CRL ad inferiorem RDL, & eadem superior pars lunulae
maioris CGLF ad totam minorem ABCT, quam triangulum
CRL ad suum sequentem ACR.

Quod vt facilius cognoscamus ad hoc demonstrandum
adhibeo numerorum officium , & vt facilius proportiones
obseruemus cum fractis integros numeros in fractiones solua-
mus,vt vnum denominatorem habeamus . Quoniam lineam
CL in duas partes diuisimus erit eius quadratum quatuor
partium, cuius pars quarta, idest vnitas est, hanc in duodeci-
mas soluemus, idest $\frac{1}{12}$, erit ergo totum triangulum ACL $\frac{1}{12}$,
& quia linea CL ad CA, duplam habet proportionem , ita
RL ad RA, & sic triangulum CRL ad triangulum CAR, ergo
trian-

triangulum CRL erit $\frac{1}{2}$, & triangulum ACR $\frac{1}{2}$. Ergo tota
 lunula perfecta CGLH $\frac{1}{2}$ erit superior lunula maioris circuli
 CGLF cum duabus lunulis ABCT simul iunctæ sunt $\frac{1}{2}$. Triangulum CDL erat $\frac{1}{2}$, si superior pars erat $\frac{1}{2}$ inferior RDL
 erit $\frac{1}{2}$, & quia tota perfecta lunula CGLH est $\frac{1}{2}$, vt proportio quadruplici seruetur, quam habet ad minorem perfectam ABCE $\frac{1}{2}$, & triangulum ACS erit ei par $\frac{1}{2}$, inferior ergo pars $\frac{1}{2}$, & cum nullus melior congruat sublunularum partibus sit sublunula AECT $\frac{1}{2}$, sic superior pars maioris lunulae $\frac{1}{2}$ inferior $\frac{1}{2}$. Vnde proportio trianguli superioris CRL ad inferiorem BDL erit dupla, vt superior maioris lunulae pars CGLH ad inferiorem etiam dupla, id est $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, & proportio superioris lunulae pars CGLF ad lunulas ABCT etiam dupla est, sed superior minor lunula ad inferiorem tripla est, vt $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, sic triangulum superius ACS ad ASR, vt $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$.



Subiectatur aliud exemplum in trip'a diuisione supra lineaem porrectam AL, circulum effingamus ACFL, mox in eodam triangulum describendum, ut rectus angulus C literam possideat, cuius latus vnum longius CL tres partes, minus AC, vnam sortiatur in struendis ibi commodè semicirculis CG LI.

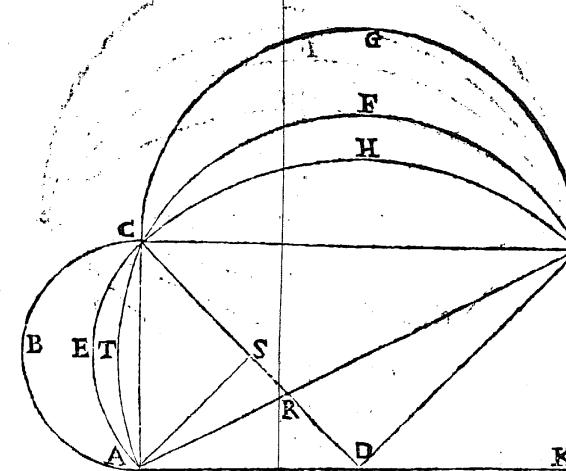
maior, ABC minor. Inde perfectæ lunulæ ex ordine subsiguentur, idest trianguli CDL, CGLH, trianguli ACS, ABCE.

Triangulum ACL, quia linea est trium partium, area erit $\frac{1}{2}$, proportio CRL ad ACR est tripla, ob id triangulum CRL erit $\frac{1}{3}$, & triangulum ACR $\frac{1}{3}$, triangulum CDE latus trium est partium, quadrans est nouem partium, cuius quarta pars est $\frac{1}{4}$, idest $\frac{1}{4}$ supra sunt trianguli CRL $\frac{1}{3}$, ergo triangulum RDL erit $\frac{1}{3}$, tres lunulae ABCE, AECT, CGLF est $\frac{1}{2}$ superior maior ad duas minores est tripla, ergo lunula superior est $\frac{1}{3}$, & duas lunulae ABCE, AECT est $\frac{1}{3}$, sed lunula perfecta est $\frac{1}{2}$, ergo superius triangulum CAS $\frac{1}{2}$ subditum reliqui erit $\frac{1}{4}$ & sublunula reliqua $\frac{1}{4}$ inferior maior lunula, vt compleat numerum $\frac{1}{2}$ erit $\frac{1}{2}$, ergo proportio lunula superior ad inferiorem, idest CGLF ad CFLH sicut triangulum CRL ad RLD, & lunula EGLF ad lunulas ABCT, & superior lunula minor ad inferiorem, vt triangulum ACS ad triangulum ASR.

Datam maioris lunulam circuli ita secare, vt eius sublunula minori lunulae, & sublunulae par sit. Prop. 8.

Vamquam in supra commonitis idem indicauerimus, vberioris tamén doctrinæ gratia exemplum in hunc modum absoluemus. in hanc rationem triangulum orthogonium eligendum est ACL, cuius porrectius latus CL bifariam dispescemus, supra lunulas ex more constituemus, & medium circulum ATCFL, & eis triangula subiiciemus CDL, ACR, mox datis lineis AC, CL parallelogrammum constituatur CALK, inquam sublunulam CFLH, lunulis ABCT æqualesse. Quoniam lunula CGLH æqualis est suo triangulo

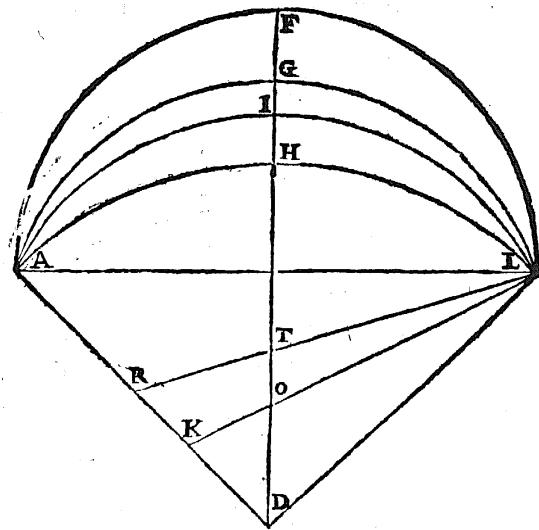
ELEM. CVR VILA. LKB III. 79
lo CDL, & triangulum CDE æquale triangulo CAL, quia



vtrumque est æquale suo parallelogrammo dimidio CALK, & triangulum ACL est æquale lunulae CGLF, & lunulis ABCT, ergo lunula CFLH est æqualis lunulis ABCE, & AECT, tollatur de medio lunula CGLF, remanebit sublunula CFLH æqualis ABCT, quod erat discutendum.

Datam dupli, & subdupli circuli lunulam ad imperatas partes discindere.
Prop. 9.

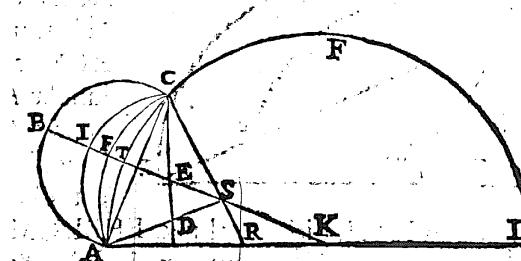
Sto dupli, & subdupli multifariam scindenda lunula AFLH, cuius subtensa AL, sui compar triangulum inferius substituemus ADL à medio inflexi circuli vertice F vsq; ad trianguli aciem infernè positam D recto ductu descendat. Index dextro trianguli latere AD futurae linea designandæ sunt lunulam



nulam diuisuræ in quocunque partes volueris decem, vel septendecim, pro nunc bifariam in R dispeſcito, & transuerſam ad L deducito, ſi velis lunulæ medianam partem auferre, & vbi ſe linea cum diametri linea decuſſabunt, fige circini pedem fixum, & vagum alterum ad alterutrius diametri extremitatem A, vel L, arcum circumflecte A GL, nam lunula AFLG erit dimidium lunulæ. Vel ſi tertiam partem vis auferre, ſit latera K in lateralı traſtu tertia pars ab K ad L lineam porrigito, & vbi FD lineam fecat, pede circini ſtabili collocato, ac vago altero ad A extrellum, arcum circumduces A IL, & tertiam lunulæ partem A LH à duobus abſcindet. Quoniam triangulum ADL per RL lineam bifariam diſectum eſt, superior trianguli pars ARL per ſuperexaratam propositionem superiori lunulæ parti AFLG congruit, & ima trianguli pars RDL imæ lunulæ parti correfpondet, & vtræq. partes ſunt, ergo & lunulæ eis pares diſectæ ſunt: Idem de tertia parte dicendum.

Eadem

Eadem in parua lunula operaberis, nam si bifariam ABC lunulam vis partiri trianguli eius ABS latus, AS bifariam in D, & latus à D quo usque ad punctum C perueniat protrahe-

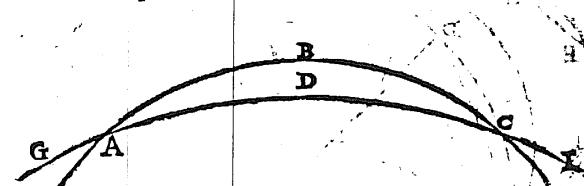


mus, & lineam à B medio semicirculi, punctoq. S, usque ad circuli ATCFL centrum perueniat, & ubi se intersecabunt puncto E siste circini pedem, & Interuallo EA, extende circulum AIC, & diuisa erit lunula: probatio ex anteriori liquet.

Datam quancumque linnulam quadrare .

Prop. 10.

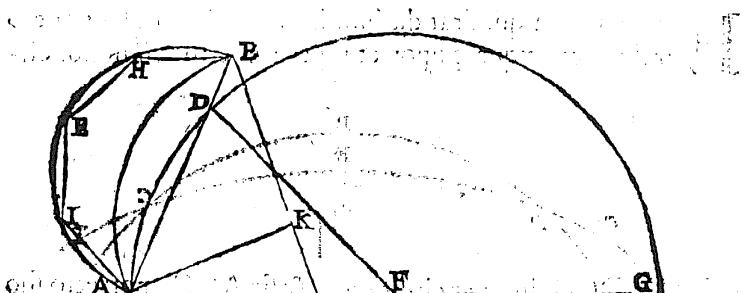
E Sto exposita quadranda lunula A B C D cuiuscunque ordinis, cui æquale oportet reperiri rectilineum, maior cir-



ulus GADCH, integer circinetur, & sit ADCI porrecto suo diametro AI, & à puncto A superponatur præfata lunula ABC, & compleatur circulus ABCF cum suo diametro AF, extendaturq; linea à puncto A ad C, & sit AC, discindatur rectus angulus ACI per rectam CK, & super basim AC circinetur semicirculus AEC, & puncto G, basi AC, fiat quadrans

dupli, & sit AHCG, & trahatur AG, GC. Quoniam triangulum A C G est aequale lunulae ACEH, remanet subtriangulum AGK aequale sub lunulae AHCD. a punto semicirculi medio E, AEC per G, usque ad centrum circuli ADCI, dirigatur linea EHBDGML ex circumferentia ABC reperiatur centrum, & sit M, & trahatur AM, usque ad F diametri finem ex supradictis, si a triangulo AGK, quod lunulam AHCD refert, subducatur AGM, quod representat lunulam AHC B, remanet subtriangulum ANK representans sublunulam ABCD, quod erat edocendum.

Semilunulas ex noto ratione quadrare.
Prop. vii.



TN sola proportione dupli, & subdupli accidit, vt semidiameter circuli subdupli sit aequalis superficie quadrantis dupli, vt in prima Prop. huius vidimus: ideo in his perfectæ lunulæ, & alijs potius circuli semilunulæ dici possunt.

Esto

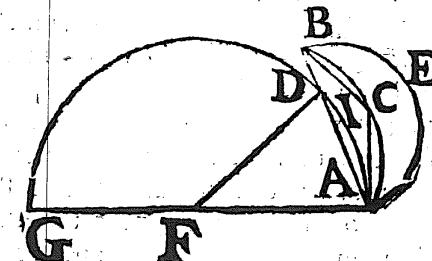
Esto circulus ADG quadrans semicirculi AEB, & quarta pars semicirculi ADG sit ADF, & diameter subdupli ADB transeat per punctum D, dico triquetrum ADF semicirculo AEDB aequale esse. Tollatur communis portio DA, remanet lunula AEBD, aequalis triangulo FDA, sed AEBL perfecta lunula nota est: ergo sublunula ALBD nota erit, subducleto triangulum DBK ab AKF, residuum sublunula ALDB notum erit.

Potest & alio modo cognosci. Portio quadrupli AD valet quatuor portiones subquadrupli, secetur circumferentia AEB quadrifariam, & sint portiones AI, IE, EH, HB, amputentur portiones AI, IE, EH, HB, reponatur AB, trapezium rectilineum AIEHBD notum erit, & sic de ceteris.

Alio modo.

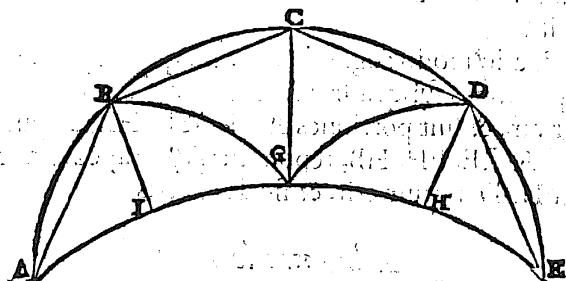
Sit semicirculus ADG, quadruplus ipsius AEB, & ipsius AEB, capiatur duplus, & sit circumferentia ACB, remaneat infra sublunula ACBDIA, quam volumus quadrare. Quia semilunula ACBDIA, nota est, & nota etiam lunula AEBC, ex vigesima sexta primi nostri, si notum a noto subtrahatur, quod reliquum est notum erit.

Possimus etiam proxime predicto modo quadrare, quia portio AD, est dupla ipsius ACB, diuidatur ACB, in duas partes AC, CB, demantur haec duas portiones AC, CB, reponatur AD, rectilineum ACBD A, est aequalis sublunula ACBDIA.



Lunulam per latum in quadrabiles partes diuidere. Prop. 12.

Nunc me conuertam ad quadrandas lunularum in latum partes, cum paulo ante per longum indicauerit.

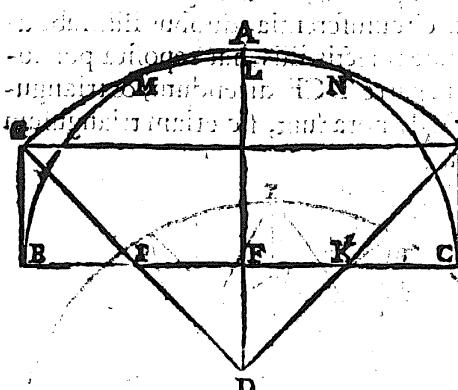


mus. Esto lunula AECG, diuidaturq. per medium per lineam CG, & AC circumferentiam per medium proscindes in B, & ex aduersa parte CE in D, & inuariata circini apertura semi-circuli subdupli pes vagus in A, alter fixis sistatur taliter, vt ex B voluatur in G, & sit circumferentia circumductio BG, eodemq. ductu definitur intercapedo GD similis BG, mox proficiat recta ad partitiones AB, BC, CD, AG, GE, & à puncto I, medio circumferentiae AG, erige lineam sursum ad circumferentiam vi que donec iam in B terigerit. Quoniam A B est æqualis B G, & portio A G dupli rependit duas AB, BG semidupli, dico illis AB, BG sublatis, hac AG reposita, rectilineum triangulum A B C notum erit, idem intelligendum de altera partitione G D E, reliquum triangulum BCDG notum erit, ut residuum nomine lunula. Vel amputatis portionibus BC, CD, repositis his BG, GD æquales, & eiusdem circumferentia, recessum triangulum notum erit. Ex his triangula ABG, BCDG, GDE per medium transversis diuisa lineis nota erunt, & tripartita erit lunula.

Vel

lum BKC notum erit, vel deducta linea IK, & interualllo BI circinatione subdupli ex pñheto D signa in linea IK interuallum BI, in O, & ex altera parte OF, dico triangulum DOF notum, quia linea dupli DF valet illas duas DO, OF subduplici, & reliquum trapezium notum erit BDOFO demendo notum à noto, similibus iam recensitis modis multipliciter perlatum lunula partiri poterit.

Trapezium semicuruilineum trapezio par extruere. Prop. 13.



praecitantur, & præcisionis signa IK characteribus insigniantur, & proruat linea per eadem signa BIKC ipsi GH parallela, & ex punctis G H ad perpendicularum demittantur supra BC lineæ GB, GH, & excurrentes in longam lineam BIKC bifariam diuidat, cuius divisionis terminus F, & centro F interuallo FB, circumducatur semicirculi forma subdupli BAC, que quadrantis circumferentiam in duobus punctis intercidet. Intercisionis puncta totidem literas sortiantur M, N, & vniatur FD. Dido Trapezium semicuruilineum BGMLNHC par esse quadranti DGLH, sed ad demonstrationem accingamur. Quoniam FD aequalitat HC, cadit

inter

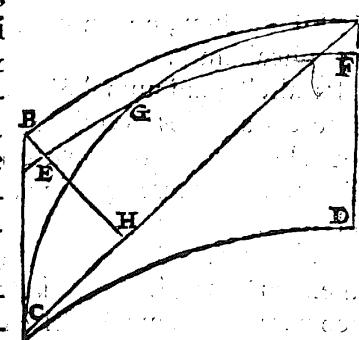
inter eas DH, ergo anguli FDK, KBC æquales ampli ad K contrapositi etiam pares. Itidem & recti ad FC, & HK linea ipsi KD etiam æqualis. Triangulum ergo FDK triangulo KHC compar. Idem ex contraria parte sentiendum, cum compari lineatum descriptione confirmata sit. Demantur ergo triangula IFD, FDK reponantur GBLy KHC, trapezium semicuruilineum BGMLNHC æquipollit semicirculo BMANC.

Consectarium

EX his apparet lunulam MANL æqualem esse duobus triangulis MGB, NHC, quoniam circuli pars extramittitur MANL, includantur trapezij partes NHC, MGH.

Triangulum semicuruilineum ex quarta semicirculi subdupli, & octaua dupli quadrare. Prop. 14.

Sit semiabscissa lunula AGCD, & linea CB ipsi AD parallela constituatur, & dupli circumferentia AB extremitate A ipsi CD parallela ducatur, donec ductum lineæ CB contingat in B; dico semicuruilineum triangulum ABC quadrari posse. Quoniam AB ipsi CD Parallela, & eiusdem circumferetiae, ergo quadrangulum BACD notum est, à quo si semilunula subducatur CGAD, remanet triangulum notum ABCG.



Vel

Vel quia lunula æqualis est AGF ipsi ECG ex præcedenti, parallelogrammum EBAE est notum, quia ex æqualibus circumferentijs ergo & triangulum CBA notum est, quia vtrique additur communis GAE.

Vel triangulum semicirculineum, quod paulo ante descripsimus ABCE remaneat, & ducatur linea CA portio semidu-
pli CGA, & sit ABH semipotio dupli, ergo æquales, abscessus communis EHGA tollatur, remanet BEA æquale CEH, addatur vtrique communis BEC, ergo triangulum rectili-
neum BHC est æquale triangulo semicirculino BCGA.

Notum à nota subtrahere. Prop. 15.



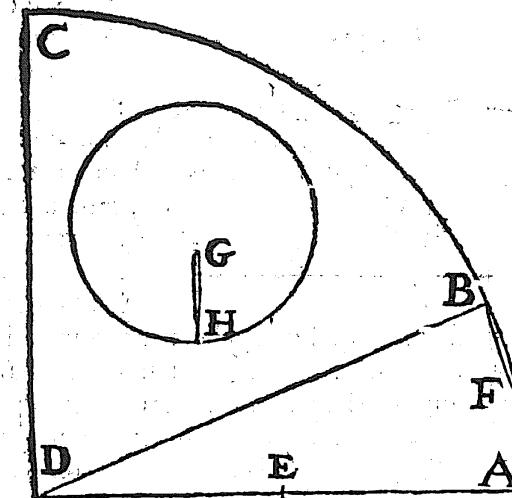
Sed modum, quo notum à noto subtrahatur nunc explicabimus.

Parallelogrammum ABDE circa decussatas lineas BH, EF ad rectos angulos constitutum, & sit quantitas lunulae dare BAE, ex alia crucis parte HIEF, elongeturq. parallela IH, quousque coeat cum linea AD in puncto G, mox linea GE discindens angulum DGH, ducatur per coniunctum E, quousque intercidat lineam AB, & ibi appone C, & ab C, parallela ducatur CL, usque donec lineam GHI terigerit in L, dico parallelogrammum FLI esse quantitatem trianguli BAC, qua superatur à parallelogrammo FH, quoniam parallelo-
grammum BD est æquale parallelogrammo EL, dempto pa-
llelogrammo FH, residuum erit FL, quod querimus.

Circu-

Circulum quadrato proximum constituere.

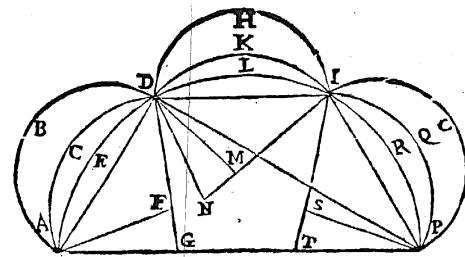
Prop. 16.



Absoluta lunularum tractatione venio tandem ad circuli quadrationem ex ingenij facultate, sed initio circuli quadrationi approximabimur. Esto sexto decupli circuli quadrans ABC, & ex semidiametri dimidio DE, sub sexto decuplo circulus constituatur GH, amputetur pars quadrantis ADC, sitq. DBA, dico triangulum DBA circulo mutua-
parilitate constare secetur arcus quadrantis BA bifariam in F, connectanturq. recte BF, FA, & à circulo GH itidem duæ illæ portiones quadrantis BF, FA, dico triangula FDB, ADF esse æqualia circulo, demptis duobus portionibus GH, æqua-
les illis BF, FA interclusis: quod patet ex constructione,

M Da-

Datum circulum quadrare. Prop. 17.



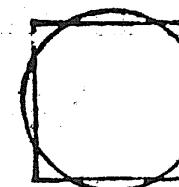
dis Propos. 15.4.) quibus applicentur diametri AD, DI, IP, supra quorum centra incurvuentur semicirculi ABD, DHI, IOP, excurrat linea ex D ad P, diuidaturq. angulus ADP per linam DFG, & ex arte superius repetita fiant lunulae ABDC, DHIK, IOPQ, & triangula ADF, DMI, ISP cum suis subtriangulis suis sublunulis correspondentibus AFG, DNM, PST.

Quoniam semicirculus ALP constat quatuor semicirculis aequalibus semidiometro, si tollantur tres portiones communes AED, DLI, IRP, & tria triangula aequalia lunulis AFD, DMI, ISP, tollanturq. tres sublunulae tribus subtriangulis respondentibus ACDE, DKIL, IQPR, cum suis subtriangulis respondentibus illis AFG, NDM, SPT, vacuum reliquum intercedens rectilineum, vel trapezium GDNMLST valet quantum semicirculus quartus relictus XYZ, hoc inane vallet semicirculus XYZ. Absoluamus igitur circulum cum suo quadrato valente trapezium illud, & quadratus erit circulus.

Nunc

E Sto expositus circulus ADIP, invariataq. circini aperitura signetur in circuli circumferentia tres abscessus tres. n. recipiet comparates, & coæquaes sibi correspondentes semidiometro semicirculos (cogéte ad id Eucli-

ELEM. CVRVL. LIB. III. 95



sublunulae aereæ ADC E respondentis assecuti sumus.

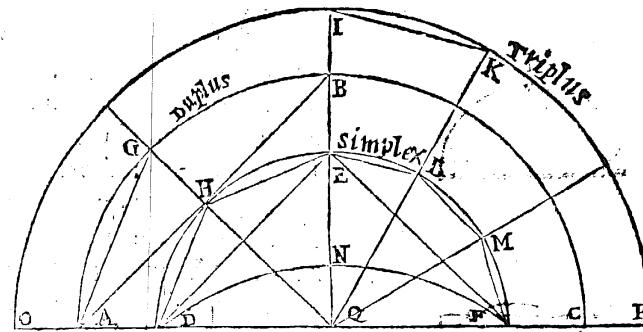
Data portione nota, alteram cuiusq. proportionis sibi comparem peruestigare.

Prop. 18.

 Sto linea OP futura basis variorum circulorum, & semicirculus OIP triplus, ABC duplus, & DEF simplex, sive subduplus, & sic de alijs alter supra alterum in quaesita ratione semper excrescens, & à punto Q, quod medium diametri possidet angulis utrinque aequalibus ascendet linea QI semicirculus bifaria diuisione descendens: mox ex centro Q circumferentiam AB aequaliter partiens usque ad G, transmittatur, ex altera parte dux aliae circumferentia IP, trifariam secantes coæquentur, & sint QK, QM, & si

M 2 data

Nunc eueratur, & facies sat Hippocratis Chij fallacia circulum quadrare satagentis, quod putarat quemadmodum lunulae dupli, & subdupli in quadratum adducebantur, ita quamcumq. circulorum cum suis rectilineis æquationem; sed eius corruit demonstratio, nam res se aliter habet: quod enim est singulare in circulis se in dupla proportione excrescentibus, dissentaneum est idem in reliquis existimare. Nos (ni fallimur) ex inuentione trianguli AFG



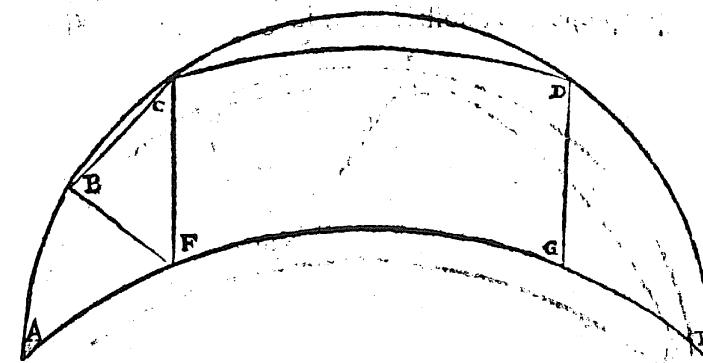
data simplicis circuli portio DE, alteram volumus in dupla proportione aequalem inuenire. Dupli quarta AGB discindatur bifariam, trahaturq. linea AG, & à puncto D ad E dupli portio subpingatur. Quidam vidimus in lunula DEFN, portionem dupli quartæ circuli DNF valere duas quartas circuli subdupli, vel simplicis DHE, ELF, sed portio dupli DNF est aequalis AGB, quia eadem est dupli quarta. Ergo area conclusa in portione dupli DNF valet duas quartas subdupli DHE, ELF, & portio octaua dupli AG valet duas octauas subdupli DH, HE. Idem dicendum de tripla, nam circulus OIKP, est triplus subtripli, vel simplicis circuli DHE, ELF, & par sexta semicirculi tripli IK, valet tres sextas subtripli circuli EL, LM, MF, & sic de alijs cuiuscunque quantitatis, & incognitæ mensuræ dicendum: nain semper rata, & iusta proportio erit.

Ex portionibus circulum quadrare. Prop. 19.

EX ea, quam modo exposuimus propositione dependet hæc portionum quadratio, quam ob oculos exponeamus.

Esto proposita lunula ABCDE, ex qua (docente id 15. propos. nostri ante præteritam) minor lunula absindatur,

quæ

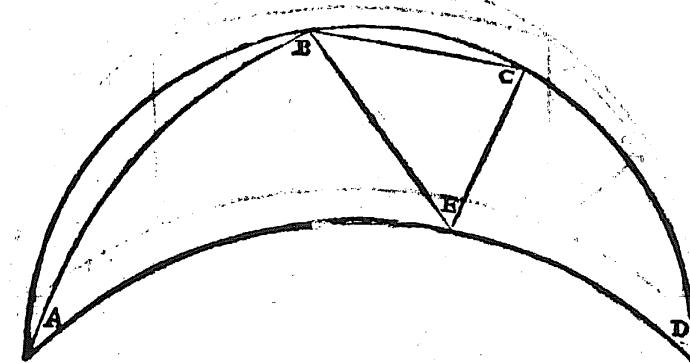


quæ sit CD, ab cuius extremitatibus inferne descendant perpendiculares CF, DG. Quoniam quadrangulum semicuruilineum CFDG notum est ex eisdem aequalibus circumferentijs dupli CD, GF, nota quoque est minor lunula CD, si à lunula ACDE subducatur quadrangulum notum CDGF, & lunula CD residua cornicula ACF, DGE notarunt. Mox lineæ dupli AF subdupli compar AB reperiatur (per propositionem proximè præteritam) & erit trilaterum BFC, quod subtrahes à corniculo ABCF, & erit triangulum BCF notum. Duc lineam BC, & trilaterum rectilineum BCF notum subtrahe à semicuruilineo BCD noto, & area intra portionem BC concepta nota resultabit.

Alteria.

ALiam figuram extruendam non putamus, sed superiore lunula relicta. Esto à puncto A usque ad B duo puncta, dupli circumferentia flectatur, & sit lunula minor AB, & aequalis AB, fiat linea AE dupli, & à puncto B ad E rectus tra-

trames ducatur. mox linea^e ED compar subdupli reperiatur CD, (per proposit. 2. nostri huius) iunganturq. linea^e EC, &



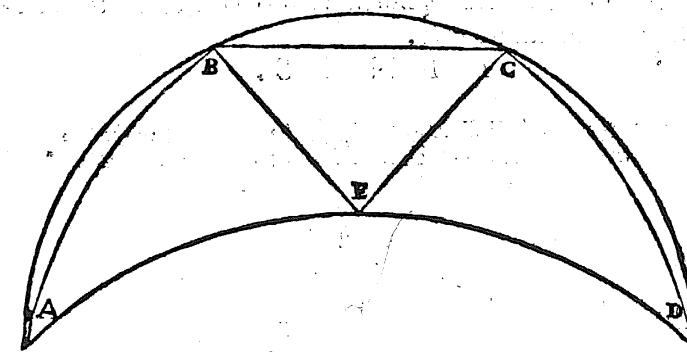
3. C, recta linea^e etiam connectatur. Quoniam AB, AE æquales, & eadem circumferentia sunt, si linea^e subtendantum arcibus AB, AE amputata portione AB, reposita suo loco. AE notum erit triangulum semicuruielineum ABE, lunula AB nota est (ex propos. 15. presentis nostri) ergo lunula pars ABE nota erit, deme AB integrum, innoscet residuum BCDE linea^e ED comparem reddidimus CD. Ergo corniculus ECD notus erit, deme à toto residuo BCDE innoscet trimetrum semicuruielineum BEC, appinge linea^e BC à terminis BC, & triangulum rectilineum BCE notum erit, subducito à curuilineo, & portio BC nota erit.

Altera.

V El in lunula ABCDE à punto A usque ad E, nota in subduplo, & sit AB, & ex altera parte CD, & à punto A, usque ad B appinge linea^e dupli AB, & ex altera parte CD, mox connecte linea^e rectas BE, EC, BC, quia AB, AE æquales sunt, sic CD, DE, ergo lunula AB, CD etiam nota, tolle, quia remanet par medij BEC nota, à no-

to

to semicuruielineo BCE, tolle rectilineum BCE, remanet no-

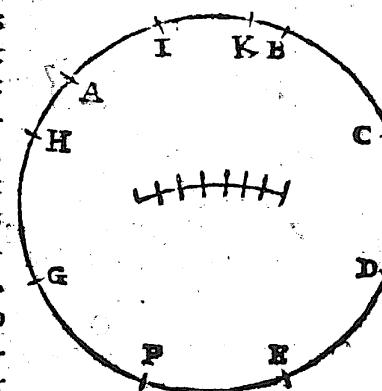


ta portio BC, sic & aliae divisiones imaginari possunt, & portiones quadrari.

Data una portione nota, totam circumferentiam circuli quadrare.

Prop. 20.

S It propositus circulus ABCDEFGH, & sit portio nota AB, nos hanc circumferentiam metiemur septies AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, supererit HA, qua metiemur bis. AB idest AI, IK, & supererit KB, qua portione m. IK ter mensurabit. Ergo AB septies partiemur, quibus abscissionibus suas partes addemmus. A portione igitur AB subducemus octogonum



num rectilineum, reliquum in septem portiones diuidemus,
ex quibus portiones tres recipiemus pro HI, & sic tota cir-
cumferentia quadrata erit.

F I N I S.

Errata.

<i>pag.</i>	<i>vers.</i>	<i>err.</i>	<i>corr.</i>
11	21	A C	D E
13	8	C G H E	C G H F
20	9	D, & ex D	L, & ex L
23	1	vtrunque	vtcunque
23	18	A FG	A F C
23	21	F G	F B
30	1	AD	A B
32	5	hit	hic
48	15	Prop. 8.	Prop. 7.
49	17	repetitfq.	repositifq.
58	7	M N B	M N P
64	20	trapehium	trapezium
65	8	duplicis	duplicis
68	15	æquidistant	æquidistant
69	1	dimidium	quarta pars.
70	12	descriptum	descriptas.
71	15	dempla	dempta
87	13	Semicurvilieum	Semicuruilineum

R O M A E,

Apud Bartholomæum Zannettum. M. D. C. X.

S V P E R I O R V M P E R M I S S V.

Typographus amico Lectori.

Oannis Baptista Portæ V. Cl. ingenium Babylonicis pal-
mis consimile semper existimatui, ex illis enim mella con-
ficere, cibos parare, vina colligere, contexere vestes, & sex-
centa alia ad vitam vel sustinendam, vel ornandam sibi co-
parare dicuntur Affyrii. En tibi, amicé Lector facundum
ingenium Portæ infinita, vel ornamenta, vel adiumenta par-
turijs, ac elaborauit. Ad excolendum animum philosophi-
cas disputationes, ac mathematicas lucubrationes; ad re-
creandum reficiendumq. Villam, Pomarium, & lepidissimas
Comedias. Ad exornandum Admiranda, & alia multiplicis
eruditiois volumina. Vno verbo nihil est in natura mai-
estate repositum, Nihil in huius vniuersi luce versatur, quod
tibi Porta non suppeditet. Plerisque iam olim frui contigit,
multa propediem expecta, quæ nobis omni disciplinarum
genere excultus, ac dignus longiore fælicioreq. quo Comes
Anastasius de Philijs Lyngæus, & Portæ ipfi, quo cum pluri-
ma de litteris contulit, pernecessarius, amantissime imperti-
uit. Optandum interea est. ut Porta diutius sibi, tibi, Rei-
publice viuat. Vt autem vno oculorum aspectu omnes ma-
gni viri lucubrationes agnoscas illorum Catalogum subtex-
re visum est.

In lucem iam editæ.

Physiognomia Humana tum Latina, tum Italica lingua.
Physiognomia Coelestis, libri sex, Lat.
Phytognomoniae, libri octo, Lat.
Magia naturalis Lat. & Ital. primum quatuor libris, demum
viginti absoluta.

De Furtiis litterarum notis vulgus de ziferis. libri quatuor,
primum euulgati mox alio superacti.

N. Villa

Villa Lat. Pomarium, & Oliuetum olim seorsim, demum uno
 volumine libris duodecim comprehensa.
 De refractione optices, libri nouem, Lat.
 De Curuilineis, libri duo primum, cui additus tertius liber
 de Quadratura Circuli. Lat.
 Interpretatio primi Almagesti cum Comm. Theonis Lat.
 De munitione, libri tres, Lat.
 Pneumaticorum, libri tres, Lat. Italicè spirituali : cioè d'inal-
 zar acque per forza d'aria.
 De transmutationibus aeris, libri quatuor, Lat.
 De Distillatione, libri nouem, Lat.
 Ars reminiscendi, Lat. & Ital.

Nondum editæ.

Catoptrica.
 Theologumena, siue de numeris.
 Taumatologia.
 Scientiarum omnium Synopsis.

Comedie stampate.

La Fantesca.	I due Fratelli riuali.
L'Olimpia.	La Sorella.
La Cintia.	Il Moro.
La Turca.	La Trappolaria.
La Furiosa.	La Carbonaria.
L'Astrologo.	La Chiappinaria.

La Penelope Tragicomedie.

Da Stamparsi.
 Arte da Comporre Comedie.
 Plauto tradotto.

S. Gior-

S. Giorgio.	Tragedie.
S. Dorotea.	
S. Eugenia.	
I simili.	Comedie.
La notte.	
Il fallito.	
La Strega.	
L'Alchimista.	
La Bufalaria.	

Cinque Comedie d'una fauola sola con le medesime Persone, e la prima è argomento di se, & di tutte ; la seconda è protesi di se & di tutte, con la peripatia per se, e tutte ; la quinta è la Catastrofe per se, & tutte insieme.

Due Comedie d'una medesima fauola che l'una si recita in Villa, e l'altra nella Città ; e l'una è intermedio dell'altra, voltadosi la Scena per ogn'atto, l'una della Città, l'altra della Villa.